



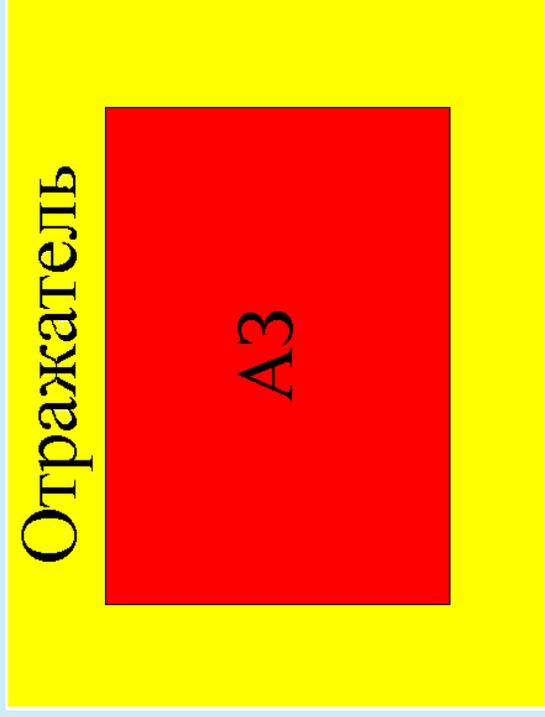
**Отделение Теоретической Физики**

**Ш. Расчет пусковых активных зон  
реактора ПИК**

**А.С. Захаров, М. С. Онегин**

**ХЛЛ Зимняя школа ПИЯФ  
Физика реакторов  
2007, Решино**

# Ядерный реактор



$\Phi(\vec{r}, \vec{\Omega}, E, t)$  – поток нейтронов;

$$[\Phi] = \frac{1}{\text{см}^2 \cdot \text{рад} \cdot \text{эВ}};$$

ПОЛНЫЙ ПОТОК:

$$\int \Phi(\vec{r}, \vec{\Omega}, E, t) d\vec{\Omega} = \Phi(\vec{r}, E, t).$$

Уравнение переноса:

$$\begin{aligned} \frac{1}{v} \frac{\partial \Phi}{\partial t} + \vec{\Omega} \cdot \nabla \Phi + \Sigma(\vec{r}, E) \Phi(\vec{r}, \vec{\Omega}, E, t) = \\ = \int \Sigma(\vec{r}, \vec{\Omega}' \rightarrow \vec{\Omega}, E' \rightarrow E, t) \Phi(\vec{r}, \vec{\Omega}', E', t) d\vec{\Omega}' dE' + Q(\vec{r}, \vec{\Omega}, E, t). \end{aligned}$$

## Критичность для системы с отсутствием внешних источников



Зависимость функции  $\Phi(t)$ : если  $\Phi(t) \xrightarrow{t \rightarrow \infty} 0$  система подкритична,  $\Phi(t) \xrightarrow{t \rightarrow \infty} \infty$  – надкритична,  $\Phi(t)$  не зависит от времени – критическая.

$N = \frac{\Phi}{\nu}$  – плотность нейтронов;

$$\frac{\partial N}{\partial t} = \hat{L}N,$$

$$N = N(\vec{r}, \vec{\Omega}, E)e^{\alpha t},$$

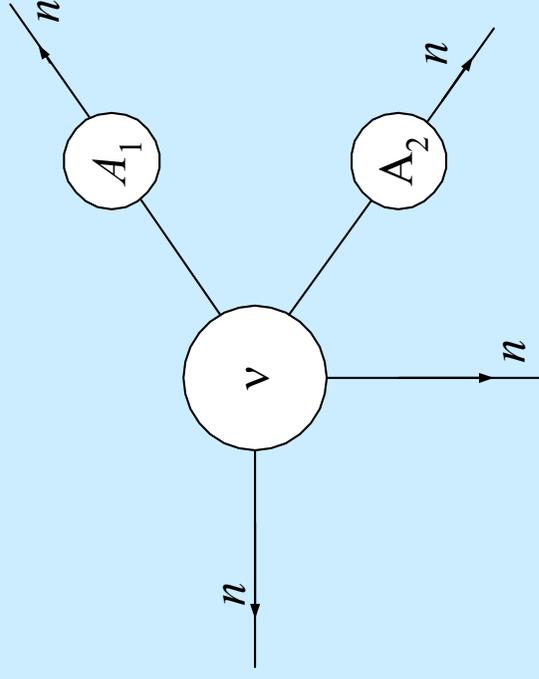
$\alpha N(\vec{r}, \vec{\Omega}, E) = \hat{L}N(\vec{r}, \vec{\Omega}, E)$  – набор собственных значений  $\alpha$  и собственных функций  $N$ .

Если функцию  $N(r, \Omega, E, t)$  можно разложить по собственным функциям, то для больших времен плотность нейтронов будет пропорциональна  $N_0(\vec{r}, \vec{\Omega}, E)e^{\alpha_0 t}$ .

Знак  $\alpha_0$  (полная интенсивность размножения) определяет является ли система надкритичной, подкритичной или критичной. Если  $\alpha_0 = 0$  мы имеем единственное не зависящее от времени решение.

Если мы имеем внешний источник, а система подкритична, в таком случае также имеется единственное, независящее от времени решение (т.н. установившееся распределение нейтронов).

## Эффективный коэффициент размножения $K$



Система без внешних источников,  $Q=0$ .

На каждое деление вылетает  $\bar{\nu}$  нейтронов с определенным спектром  $\chi(E)$ :

$$\Sigma_f(\vec{r}, E) \bar{\nu} \frac{1}{4\pi} \chi(E).$$

Вводится эффективный коэффициент размножения  $K$ , так что в каждом делении образуется в  $K$  раз меньше нейтронов  $\bar{\nu} / K$ . Коэффициент  $K$  подбирается таким образом, чтобы  $\alpha_0 = 0$ . Такое значение  $K$  называется эффективным коэффициентом размножения  $K_{\text{эфф}}$  :

$$\vec{\Omega} \cdot \nabla \Phi + \Sigma(\vec{r}, E) \Phi(\vec{r}', \vec{\Omega}', E) = \int \Sigma_s(\vec{r}, \vec{\Omega}' \rightarrow \vec{\Omega}, E' \rightarrow E) \Phi(\vec{r}, \vec{\Omega}', E') + \frac{1}{K} \int \Sigma_f(\vec{r}, E') \bar{\nu} \frac{1}{4\pi} \chi(E) \Phi(\vec{r}, \vec{\Omega}', E') d\vec{\Omega}' dE'$$

Любая система содержащая делящееся вещество может быть искусственно сделана критической (т.е. может быть выбрано единственное положительное собственное значение  $K$  так, что выполняется уравнение критичности).

Если коэффициент размножения нейтронов  $K_{\text{эфф}} = 1$  стационарное уравнение переноса совпадает с уравнением на собственные значения и собственные функции для оператора переноса с  $\alpha_0 = 0$ .

Если же  $\alpha_0 \neq 0$  уравнение для собственных функций принимает вид:

$$\vec{\Omega} \cdot \nabla \Phi + \left( \Sigma + \frac{\alpha_0}{v} \right) \Phi = \int \Sigma \Phi dE d\vec{\Omega}.$$

Т.е. в задаче на собственное значение  $\alpha$  появляется слагаемое  $\alpha_0/v$ , эффективно проявляющее себя как сечение поглощения. Если система подкритична, ( $\alpha_0 < 0$ ) полное сечение может быть отрицательным в некоторых областях, что затрудняет численные расчеты.

Вместе с тем, изменение в  $K$  раз числа появляющихся при делении нейтронов слабо влияет на спектр нейтронов (зависимость  $N$  от энергии). Поэтому расчетный спектр для систем близких к критическим ( $|1 - K| \ll 1$ ) может быть использован для расчета требуемых функционалов (энергосыделения, активация мониторов, полные потоки нейтронов в экспериментальных устройствах и т.д.).

# Метод Монте-Карло

## Константное обеспечение



$\beta \cdot \bar{\nu}$  – запаздывающие нейтроны;  
 $(1 - \beta) \bar{\nu}$  – мгновенные.

Если не учитываются запаздывающие нейтроны – коэффициент размножения на мгновенных нейтронах. Запаздывающие нейтроны, вообще говоря, имеют спектр отличный от спектра мгновенных нейтронов.

Марковская цепь – координаты рождения нейтронов следующего поколения определяются координатами поглощения нейтронов предыдущего поколения:

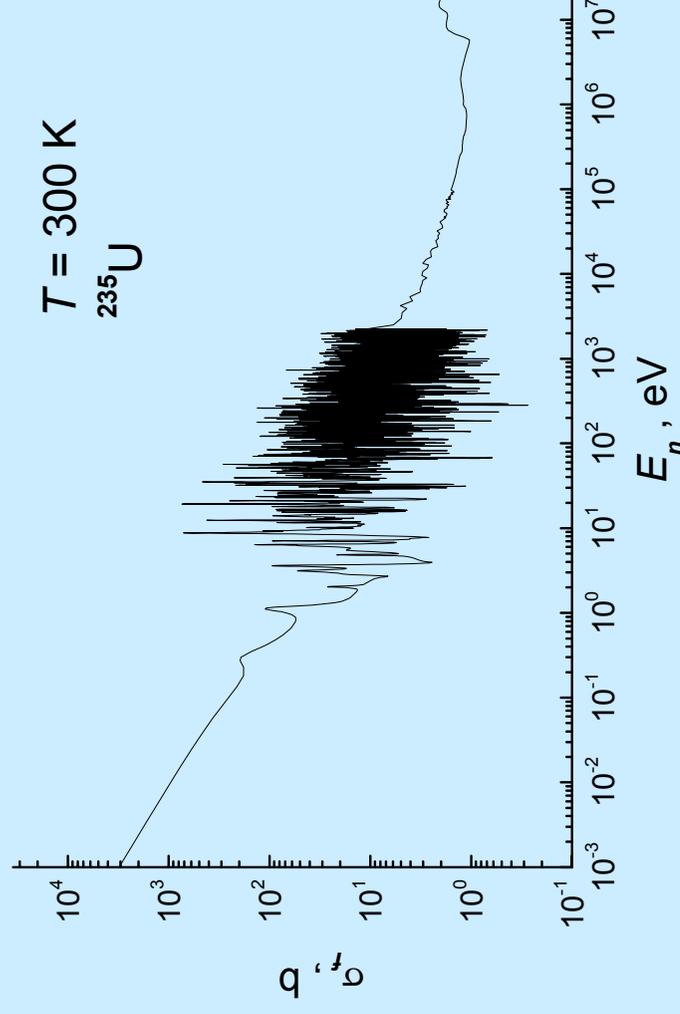
$$K = \left\langle \frac{\tilde{N}_i}{\tilde{N}_{i-1}} \right\rangle.$$

Реально в каждом поколении генерируется одно и тоже число нейтронов деления следующего поколения. Отношение этих двух чисел служит в качестве оценки коэффициента размножения.

Диапазоны энергии нейтрона:

- 1) Резонансная область;
- 2) Область быстрых нейтронов;
- 3) Медленные (тепловые) нейтроны.

Перенос нейтронов в каждой из этих областей энергии имеет свои особенности.



Быстрые нейтроны кроме упругого рассеяния, деления и поглощения ядром могут также вызывать реакции неупругого рассеяния  $(n, n')$ , а также приводить к множественному рождению нейтронов:  $(n, 2n)$ ,  $(n, 3n)$ . Для тяжелых ядер число возбужденных уровней может исчисляться десятками. Угловое распределение неупругого рассеянных нейтронов имеет сложную дифракционную форму.

В резонансной области нейтроны в основном испытывают реакцию упругого рассеяния или поглощаются ядром. Основную трудность для расчета представляет сложная зависимость от энергии сечения этих реакций, причем многие резонансы неразрешены. Кроме того, параметры резонансов зависят от температуры.

Имеющиеся в настоящее время экспериментальные данные по сечениям взаимодействия нейтронов с ядрами, а также угловому и энергетическому распределению вторичных нейтронов и т.д., систематизируются и сводятся в специальный файл: ENDF – Evaluated Nuclear Data File – в определенном формате.

Разные страны имеют свою версию такого файла. В США это ENDF-BVI/VII, в Европе – JEFF-3.1, в Японии – JENDL3.3, в России – BROND2.2 (Обнинск).

Для перевода ядерных данных в формат пригодный для расчетов по программе MCNP, а также для расчета некоторых других сечений и распределений, используется программа NJOY.

Данная программа составляет таблицы в поточечном представлении в зависимости от энергии для всех ядерных реакций нейтрона с данным ядром. Если в реакции образуются вторичные частицы, рассчитываются вероятностные таблицы их угловых и энергетических распределений. Резонансы уширяются в соответствии с данной температурой среды. Производится расчет сечений в тепловой области.

Расчет закона функции рассеяния  $\Sigma_S(\vec{r}, \vec{\Omega}' \rightarrow \vec{\Omega}, E' \rightarrow E)$  при низких энергиях делается аналитически. При расчете реактора его состав можно считать кусочно однородным, а закон рассеяния нейтрона зависящим только от косинуса угла между начальным и конечным направлением его движения  $\mu = \vec{\Omega}' \cdot \vec{\Omega}$ . В этих приближениях

$$\Sigma_S(\vec{r}, \vec{\Omega}' \rightarrow \vec{\Omega}, E' \rightarrow E) = N(\vec{r}) \cdot \sigma^{inc}(E', E, \mu).$$

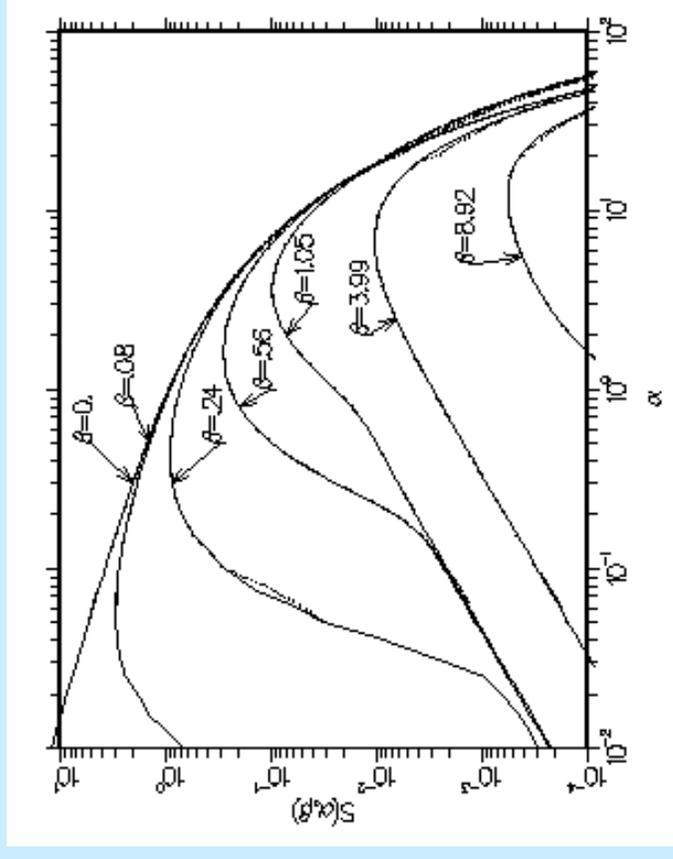
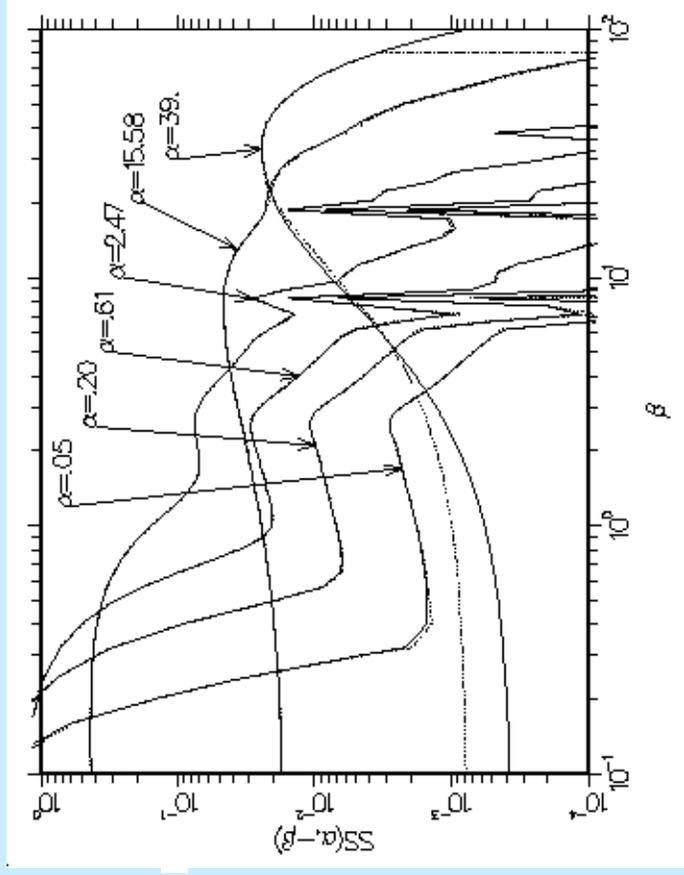
Для представления микроскопического сечения некогерентного неупругого рассеяния используют функцию  $S(\alpha, \beta)$

$$\sigma^{inc}(E', E, \mu) = \frac{\sigma_b}{2kT} \sqrt{\frac{E}{E'}} e^{-\beta/2} S(\alpha, \beta),$$

$$\beta = \frac{E - E'}{kT},$$

$$\alpha = \frac{E + E' - 2\mu\sqrt{EE'}}{AkT}.$$

Расчет функции  $S(\alpha, \beta)$  производится с учетом реального спектра фононных возбуждений среды, дискретных уровней возбуждения (связанных со вращением и колебанием молекул среды) в многофононном приближении. Расчетные функции  $S(\alpha, \beta)$  для воды представлены на рисунках.



Сечение  $\sigma_b$  это сечение на связанном ядре водорода в молекуле воды:

$$\sigma_b = \frac{(A+1)^2}{A^2} \sigma_f,$$

где  $\sigma_f$  — сечение рассеяния нейтронов низких энергий на свободном ядре водорода.

Для водорода

$$\sigma_f = \sigma_{el} = 20.478 \text{ барн,}$$

тогда как

$$\sigma_b = 4\sigma_f = 81.912 \text{ барн.}$$

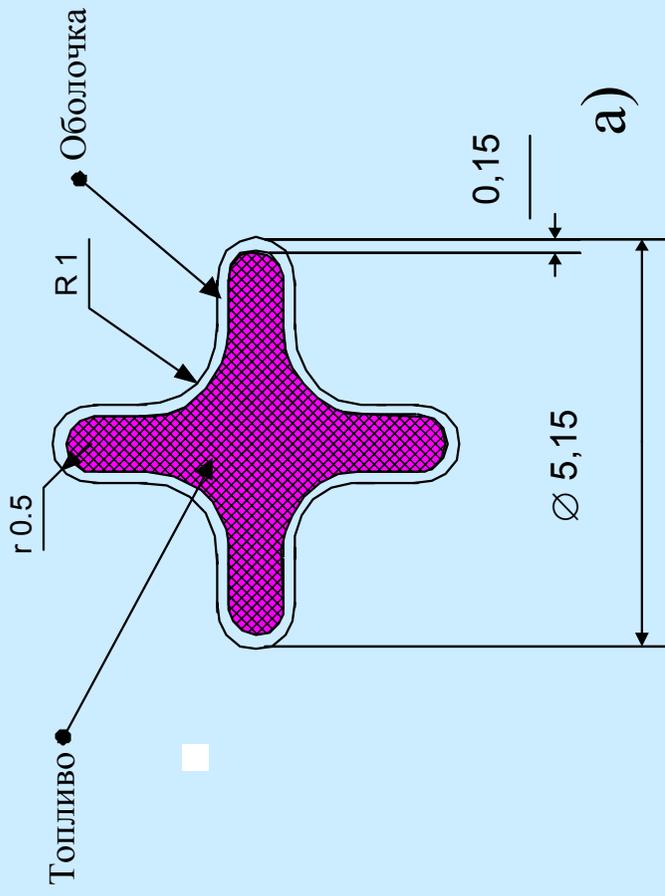
При рассеянии нейтрона на водороде нейтрон теряет в среднем половину энергии, поэтому вода идеальна для термализации нейтронов. Вместе с тем количество воды, в АЗ реактора ПИК таково, что нейтроны не успевают полностью термализоваться. Увеличение количества воды в АЗ реактора увеличивает коэффициент размножения, соответственно, уменьшение количества воды – снижает коэффициент размножения (реактор с отрицательной обратной связью по пустотному коэффициенту).

Отношение

объем твэлов в ТВС

объем воды в ТВС

оказывает сильное влияние на коэффициент размножения реактора.



**a) Твэл типа ПИК-04**

**b) Твэл ФМ ПИК:**

$r = 0.5185$  мм,

$R = 1.0$  мм,

$\varnothing = 5.1871$  мм,

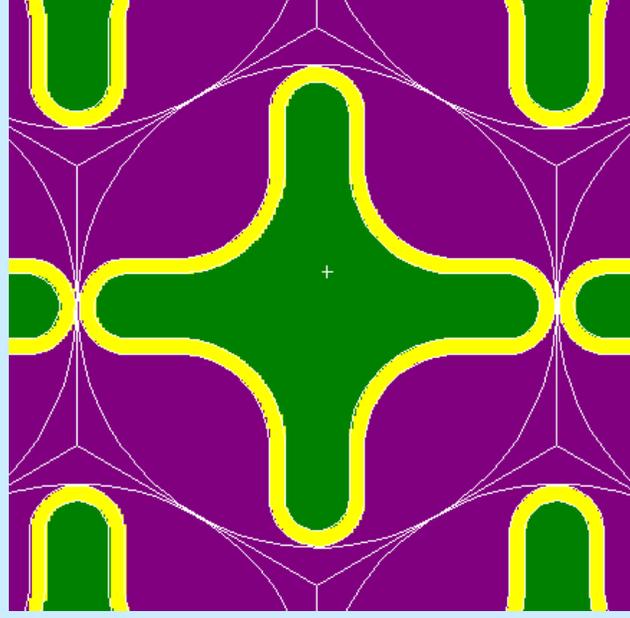
$S = 10.08$  мм<sup>2</sup>.

**с) Твэл ПИК:**

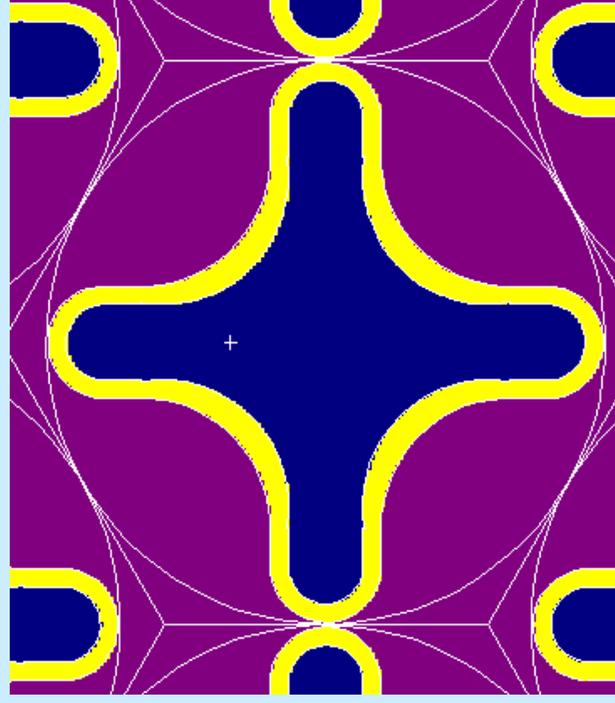
$S = 10.08$  мм<sup>2</sup> (эксперимент)

$R = 1.2$  мм,

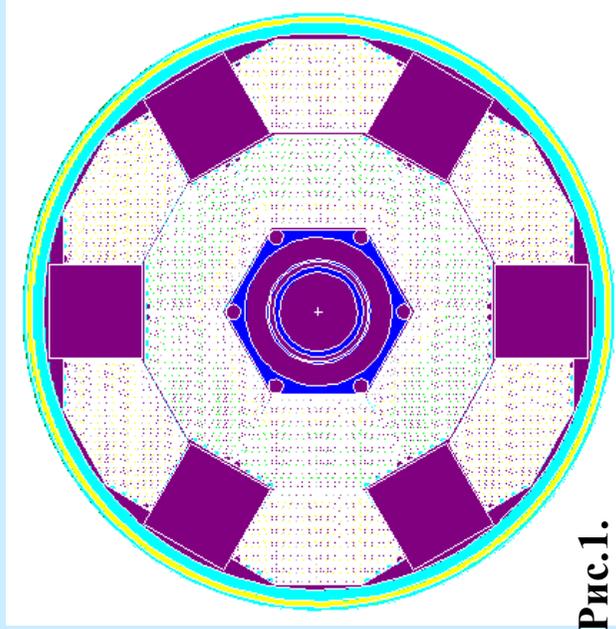
$S = 10.4577$  мм<sup>2</sup>.



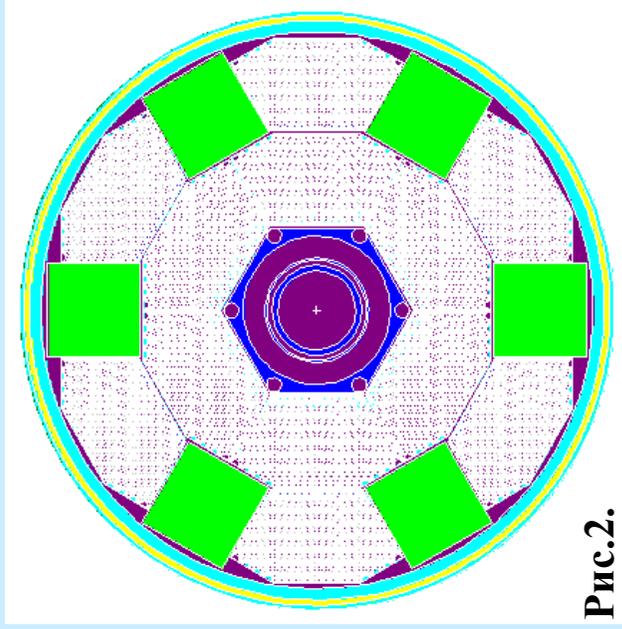
**b)**



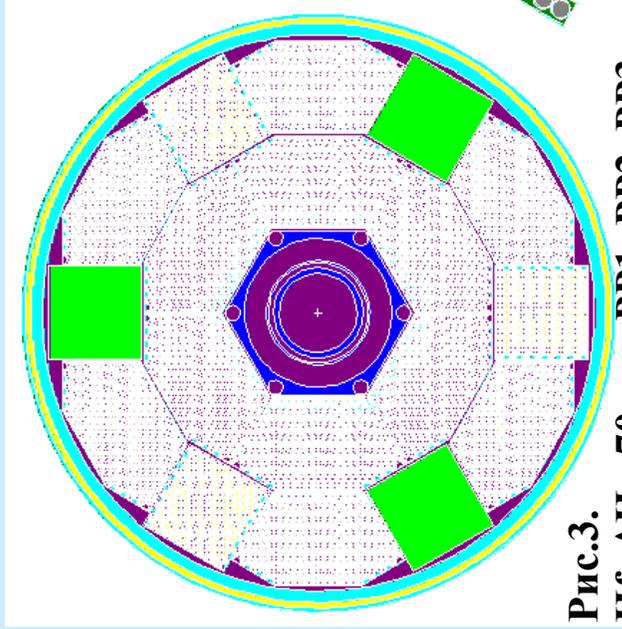
**с)**



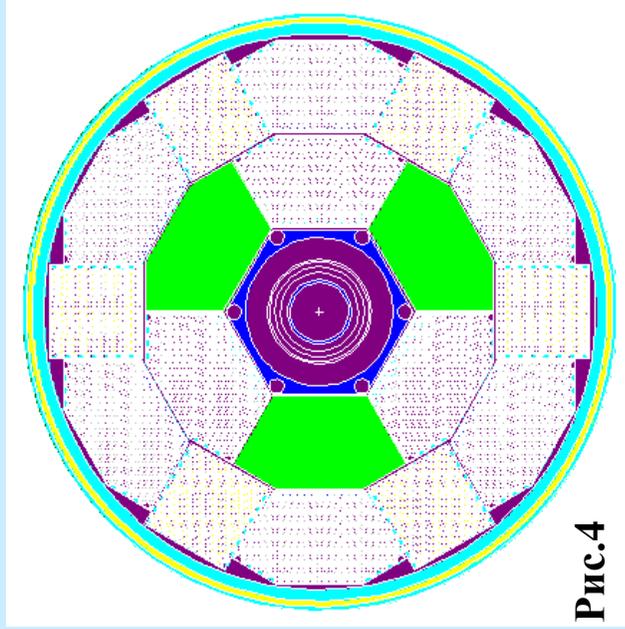
**Рис.1.**  
Hf: ΔH =204 мм; Eu: ΔH =223 мм.



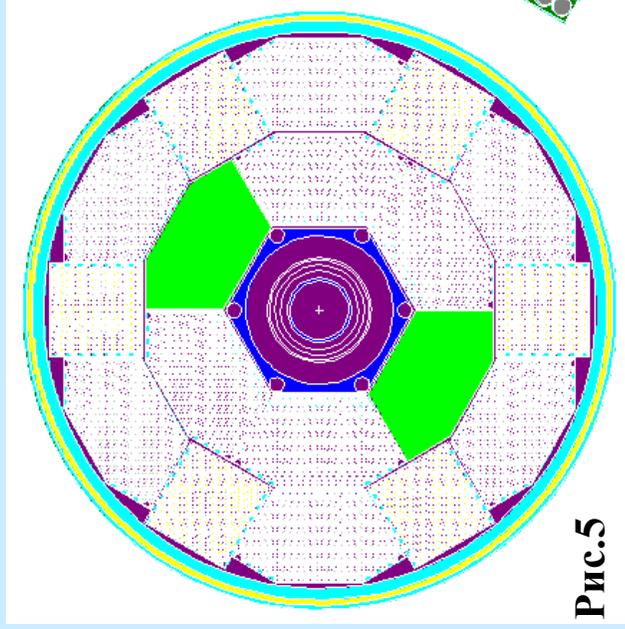
**Рис.2.**  
Hf: ΔH =266 мм; Eu: ΔH =279 мм.



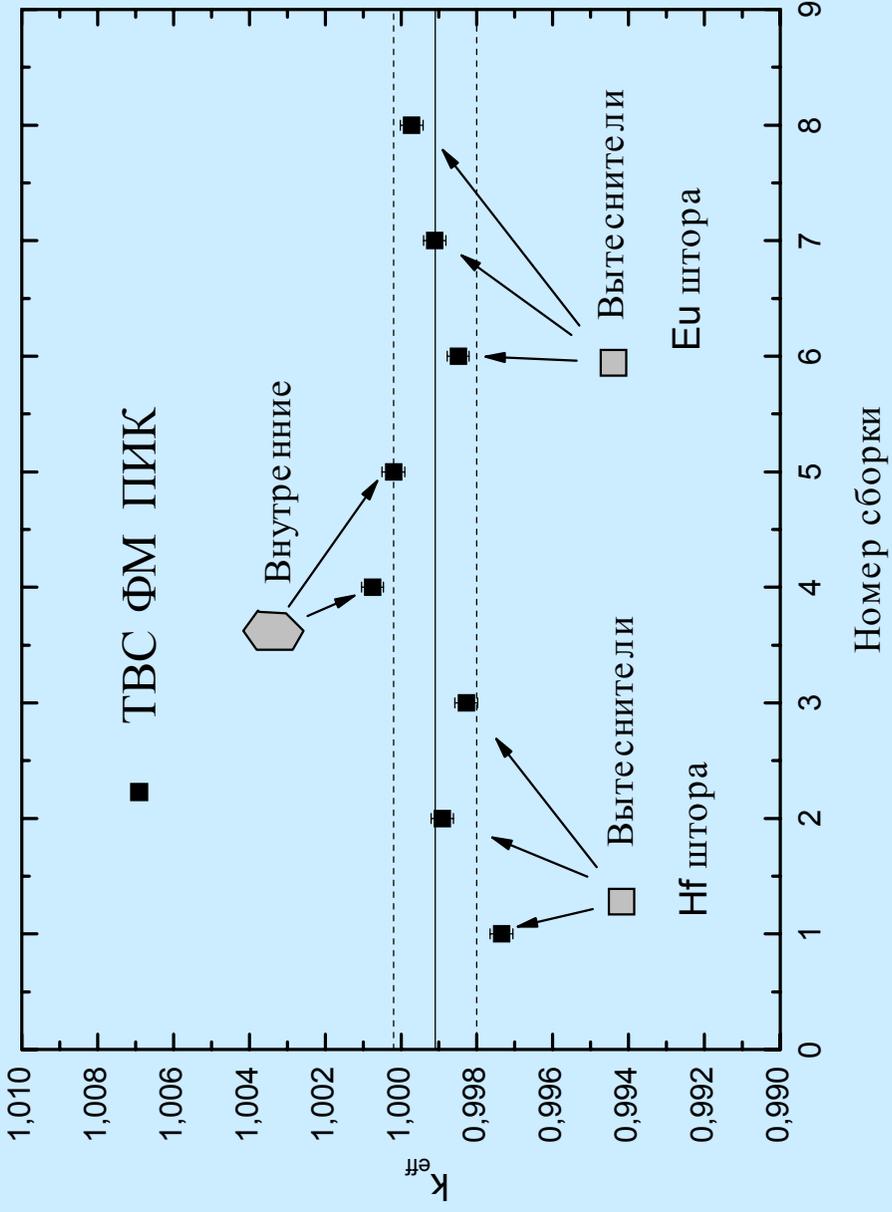
**Рис.3.**  
Hf: ΔH =70 мм, PP1, PP2, PP3;  
Eu: ΔH =83 мм, PP1, PP3, PP2- не  
ПОЛНОСТЬЮ.



**Рис.4**  
Hf: ΔH =182 мм.



**Рис.5**  
Hf: ΔH =74 мм, PP1, PP3.

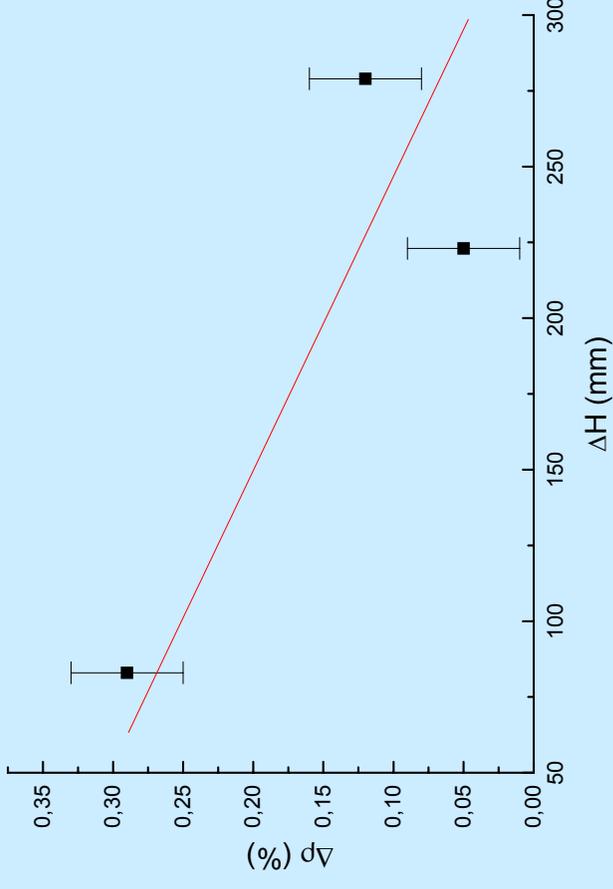
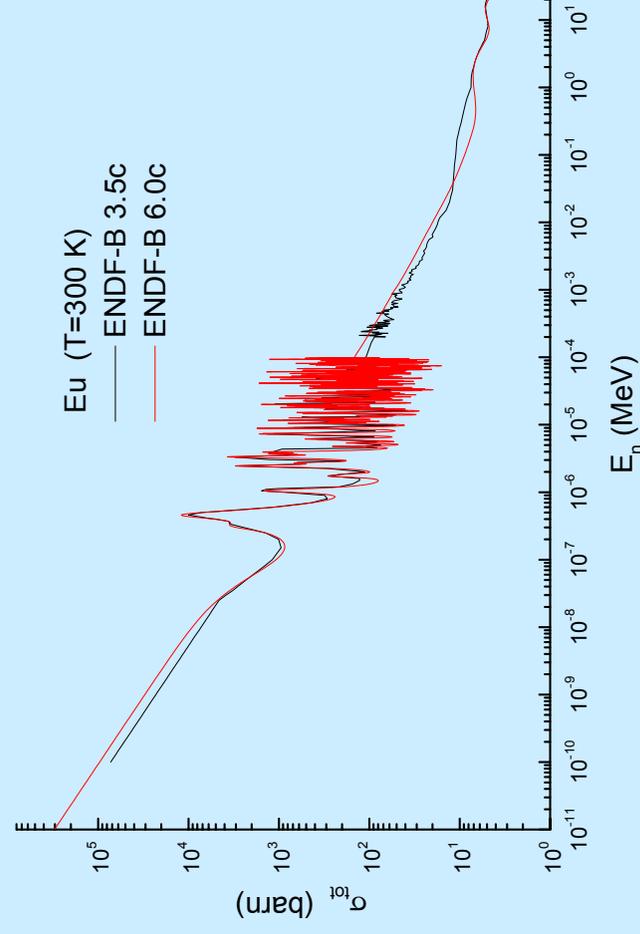
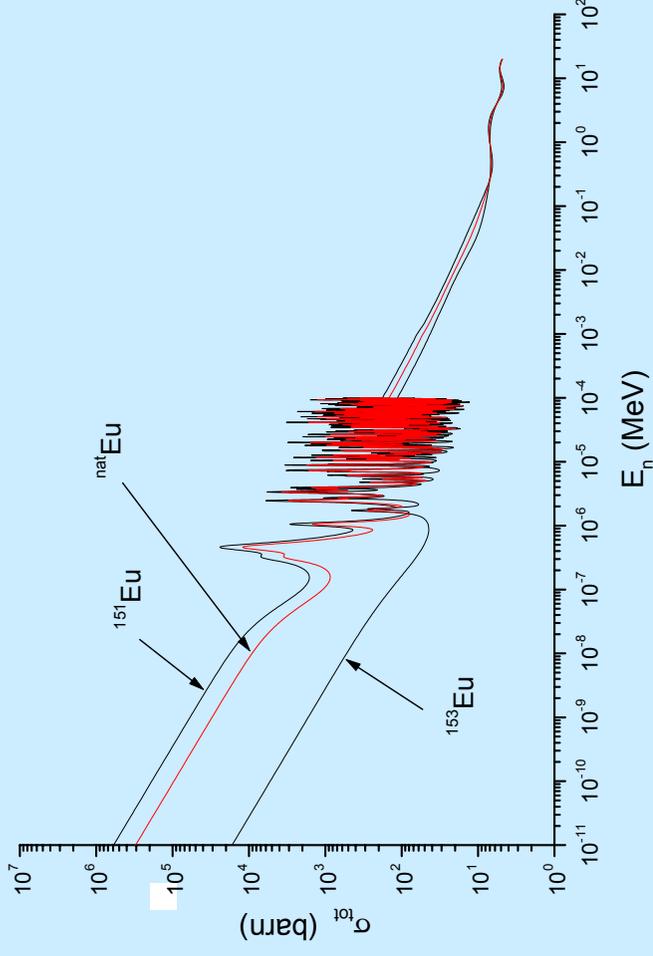


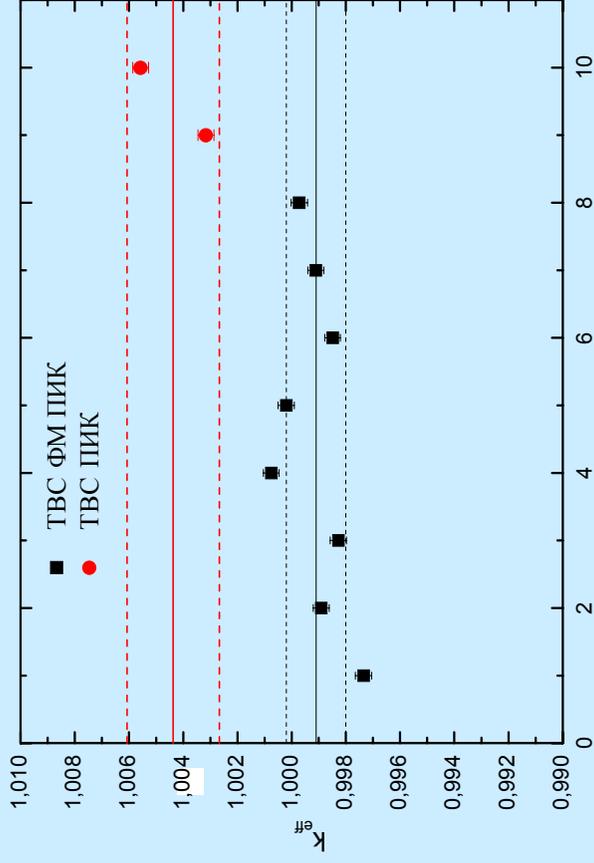
$$\bar{k}_{\text{эфф}}^{\text{MCNP}} = 0.9991(11).$$

# Изотопный состав Европия

$^{151}\text{Eu}$  – 47.81%

$^{153}\text{Eu}$  – 52.19%





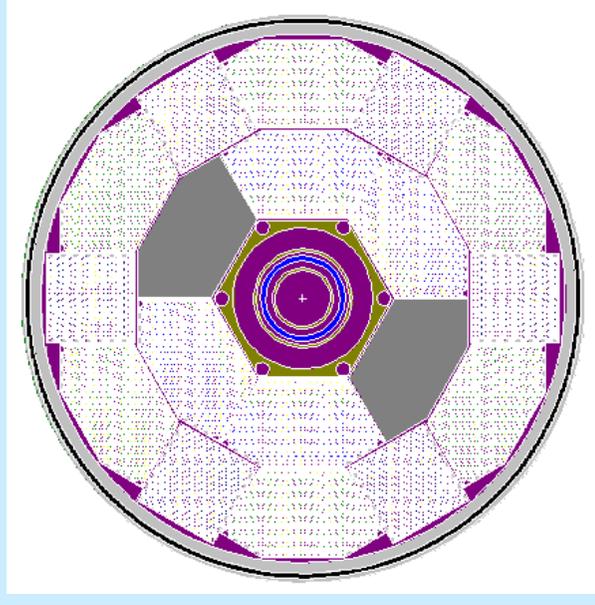
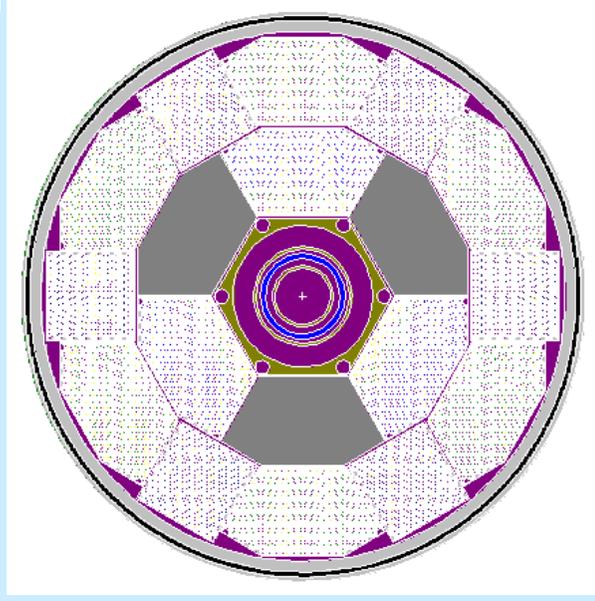
Номер сборки

$$\bar{K}_{\text{ПИК}} = 1.0044(17), \bar{K}_{\text{ФМ\_ПИК}} = 0.9991(11)$$

$$\text{В расчетах } S_{\text{серд.}} = 7.262 \text{ мм}^2$$

Состав сердечника твэла (масса, грамм)  
 $S_{\text{серд.}} = 7.23 \text{ мм}, l = 500 \text{ мм}, V_{\text{серд.}} = 3.615 \text{ см}^3$ .

	ФМ	ПИК	разница, %
U	7.1396	7.1143	-0.35
U	0.7371	0.7400	+0.39
U	0.0796	0.0793	-0.36
O	1.1109	1.1069	-0.36
Cu	20.46	22.41	+9.55
Be	0.1229	0.1341	+9.1



Расчетная разность коэффициентов размножения сборок с твэлами ФМ и ПИК  
**+0.53%**

### Влияние состава твэлов на $k_{эфф}$

В твэлах ПИК больше меди. Если уменьшить количество меди до количества в твэлах ФМ коэффициент размножения еще увеличится на  
**+0.39%**.

Таким образом, для объяснения расхождения в коэффициентах размножения сборок, количество меди в твэлах ПИК должно быть  $\approx 25$  грамм на твэл. При этом грамм меди внутренних ТВС весит  $\approx 40\%$  больше, чем во внешних кассетах.

Уменьшение количества  $^{235}\text{U}$  на 1% в твэлах ПИК приводит к изменению  $k_{эфф}$  на  
**-0.16%**.

Уменьшение количества  $^{238}\text{U}$  на 1% в твэлах ПИК  
**+0.044%**.

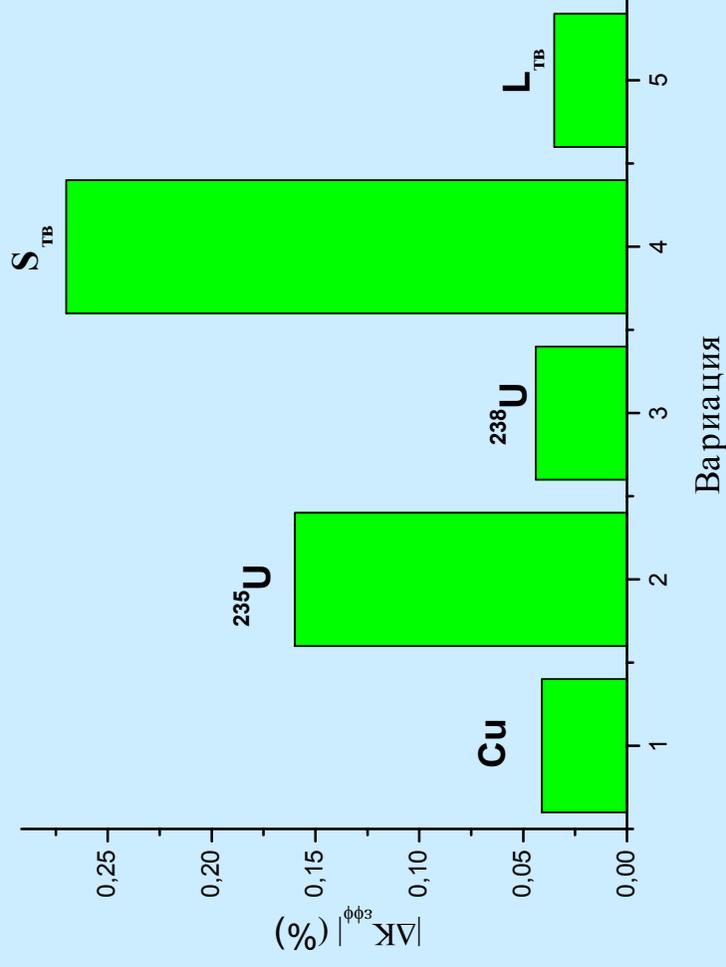
## Влияние геометрических размеров твэлов на коэффициент размножения сборок

- Наиболее сильное влияние на коэффициент размножения оказывает площадь твэла. Изменение площади твэлов только в квадратных кассетах с  $10.08 \text{ мм}^2$  до  $10.4577 \text{ мм}^2$  (на 3.75%) за счет оболочки твэла приводит к уменьшению коэффициента размножения до 1.0005(3) (-0.26(4)%).

Если изменить площадь всех твэлов то коэффициент размножения составит:

$$k = 0.9930(3).$$

Изменение длины топливной части в твэлах существенно меньше влияет на коэффициент размножения. Если увеличить длину топливной части с 50 до 52 см коэффициент размножения увеличиться всего на 0.14(4)%.



Влияние различных неопределенностей в составе и геометрических размерах твэлов ПИК на коэффициент размножения.

# Кинетика реактора

## Точечная модель

Важную роль в кинетике ядерного реактора играют запаздывающие нейтроны. Их наличие позволяет управлять реактором. В точечном приближении

$$\Phi(\vec{r}, \vec{\Omega}, E, t) = P(t)\psi(\vec{r}, \vec{\Omega}, E)$$

Форм-функция  $\psi(\vec{r}, \vec{\Omega}, E)$  не зависит от времени. Амплитудный фактор  $P(t)$  можно интерпретировать как мощность реактора. Она удовлетворяет уравнению

$$\frac{dP(t)}{dt} = \frac{\rho(t) - \beta_{\text{эфф}}}{\tau} P(t) + \sum_j \lambda_j c_j(t).$$

Здесь  $\beta_{\text{эфф}}$  – эффективная доля запаздывающих нейтронов,  $\tau$  – среднее время жизни мгновенных нейтронов,  $c_j(t)$  – эффективное число предшественников запаздывающих нейтронов  $j$ -ой группы,  $\lambda_j$  – постоянная распада для этой группы предшественников.

$\beta_{\text{эфф}}$  вычисляется как среднее значение долей запаздывающих нейтронов в  $j$ -ой группе –  $\beta_j$  с учетом их веса.

Для пусковых зон реактора ПИК был проведен отдельный расчет  $\beta_{\text{эфф}}$  по программе MCU REA

$$\beta_{\text{эфф}}^{\text{MCU}} = 0.00767.$$

(Зона с тремя внешними квадратными вытеснителями.)

Функция  $\rho(t)$  – реактивность сборки – связана с коэффициентом размножения  $K$  по формуле

$$\rho = \frac{(K - 1)}{K}.$$

Если  $\rho$  в реакторе становится больше  $\beta_{\text{эфф}}$  (критичность на мгновенных нейтронах), увеличение мощности происходит за время  $\sim \tau \ll 1$  сек. Управлять реактором в такой ситуации становится невозможно и величина всплеска его мощности определяется только отрицательными обратными связями в системе (отрицательный пустотный коэффициент и т.д.).

В подкритическом реакторе при воздействии на него мгновенным импульсом нейтронов  $Q$  спад мощности нейтронного потока в первом приближении  $P = Qe^{\alpha t}$  определяется постоянной спада мгновенных нейтронов  $\alpha$  – главным собственным значением уравнения переноса для мгновенных нейтронов

$$\alpha = \frac{\rho - \beta_{\text{эфф}}}{\tau}.$$

Измеряя отклик реактора на мгновенный источник, экспериментально измеряется отношение

$$\rho / \beta_{\text{эфф}}.$$

Доля запаздывающих нейтронов  $\beta_{\text{эфф}}$  является, таким образом, коэффициентом пересчета от расчетного значения реактивности  $\rho$  к экспериментальным значениям подкритичности в долларах.

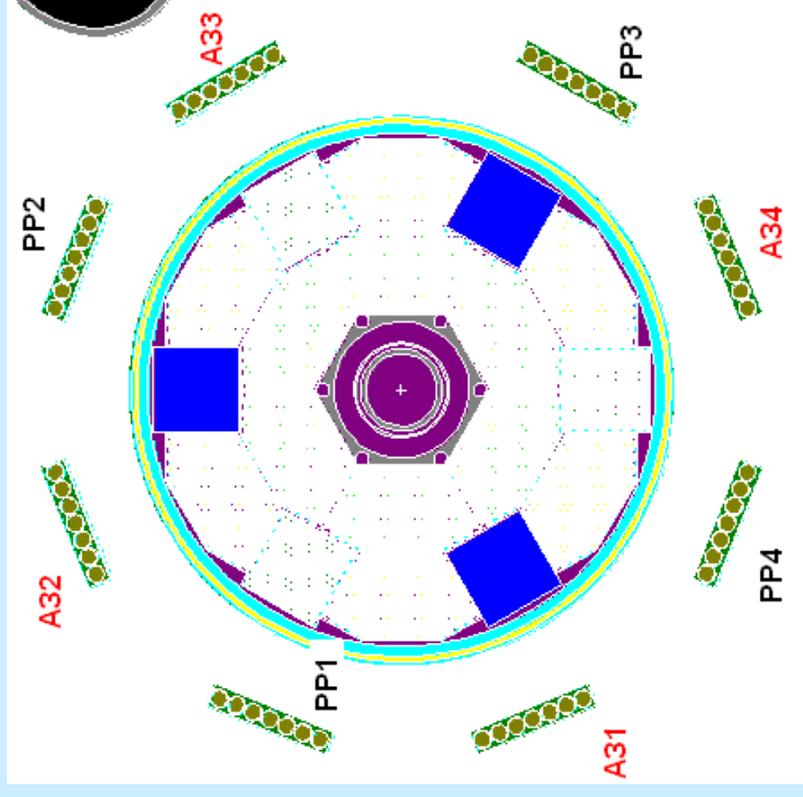
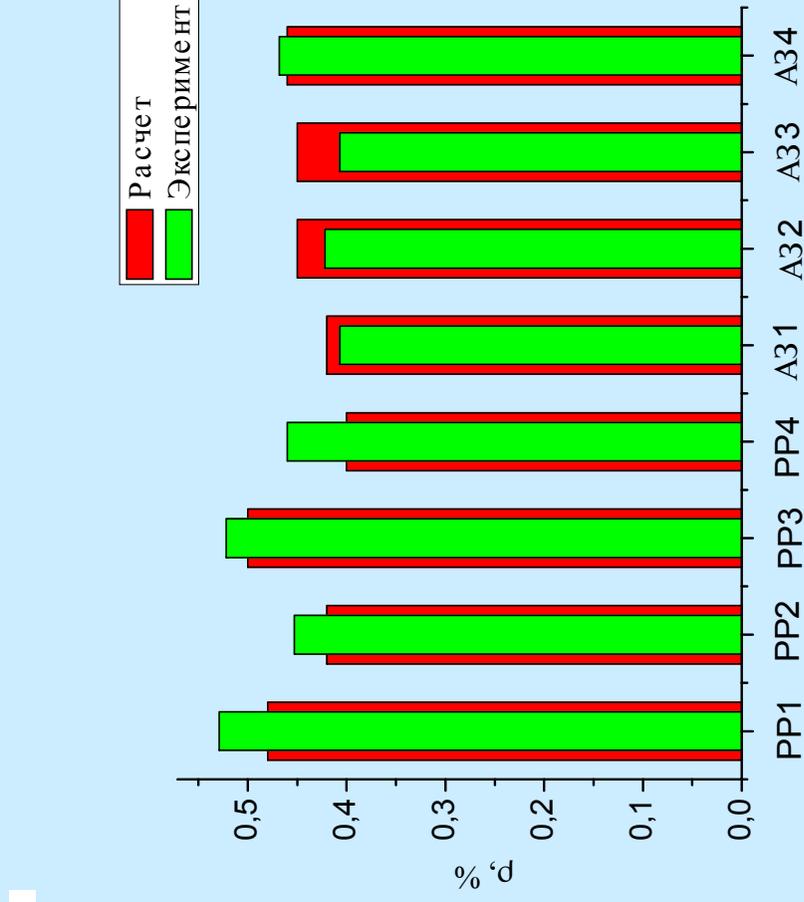
## Веса стержней регулирования

Веса стержней в отражателе измерялись для зоны с 3 внешними квадратными вытеснителями. Отдельно измерялся и вычислялся вес каждого из набора стержней РР1–РР4, А31–А34, а также суммарный вес 6 стержней РР1–РР4, А32, А33. Методом МК можно вычислить значение  $\beta_{\text{эфф}}$  из сравнения расчета с экспериментом

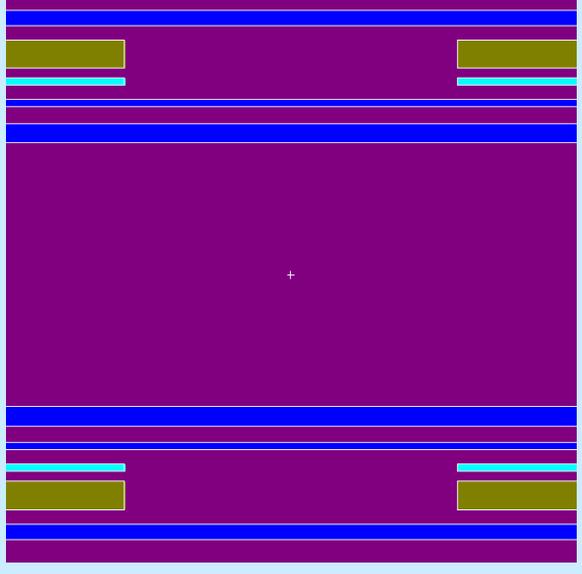
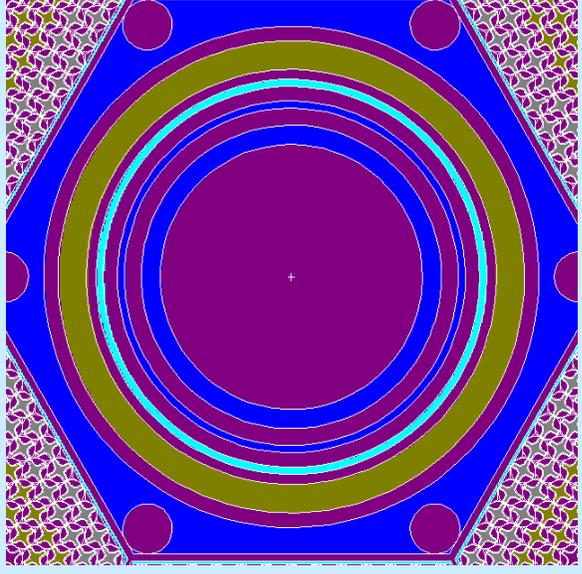
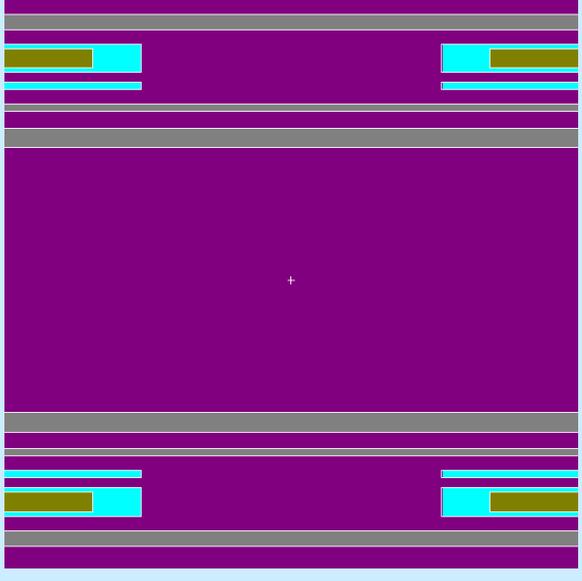
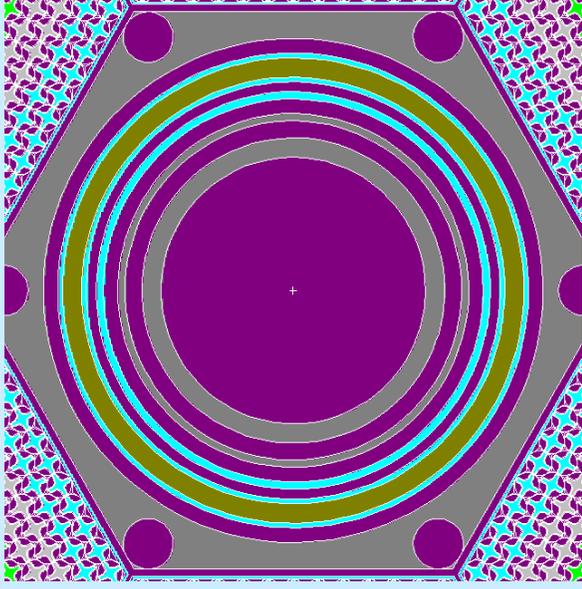
$$\beta_{\text{эфф}}^{\text{эксп.}} = 0.75(6)\% \quad (\chi^2 / 7 = 0.94).$$

Сравнение расчетных весов стержней с экспериментом приведено на рисунке.

(Для пересчета экспериментальных весов стержней использовалось  $\beta_{\text{эфф}}^{\text{MCU}}$ .)



Расчетная эффективность стержней PP1–PP4, A32, A33 – 2.56(4)%. Эксперимент дает 2.55% если считать, что при сбросе 5 и 6 стержней их вес умножается на 0.71 (эффект интерференции).



Центральные регулирующие стержни (шторки).

Минимальное окно между краями шторок  $\Delta H$  в сведенном положении равно:

$$\Delta H_{\min}^{\text{Hf}} = 12 \text{ мм}, \Delta H_{\min}^{\text{Eu}} = 25 \text{ мм}.$$

Максимальное:

$$\Delta H_{\max}^{\text{Hf}} = 612 \text{ мм}, \Delta H_{\max}^{\text{Eu}} = 625 \text{ мм}.$$

Полный ход шторки 300 мм.

Реактивность шторок вычислялась для сборки с 15 ТВС ПИК (3 внешних квадратных вытеснителя) и для сборки с 3 внутренними шестигранными вытеснителями с 15 ТВС ФМ ПИК. Отдельно рассматривались Hf шторки и шторки из  $\text{Eu}_2\text{O}_3$ .

	Расчет		Эксперимент
	Hf, $\rho$ , %, $\Delta K / K_1$	$\text{Eu}_2\text{O}_3$ , $\rho$ , %, $\Delta K / K_1$	
3 внешних квадратных вытеснителя	7.16(4), 7.14(5) -3.4%	7.41(4), 7.38(5)	6.9(4), 7.05(4)
3 внутренних шестигранных вытеснителя	6.72(4), 6.51(5) -4%	7.01(4), 6.77(5)	6.1(4), 6.23(4)

Эксперимент дает меньшую эффективность гафниевых шторок ~4%.

Если реактор находится в критическом состоянии в течение длительного промежутка времени, много большего наибольшего из периодов полураспадов запаздывающих нейтронов, то интегральный счет нейтронов после уменьшения коэффициента размножения на  $\Delta K$  равен:

$$\int_0^{\infty} n(t') dt' = n_0 \frac{\tau / \beta_{\text{эфф}} + \sum_i a_i / \lambda_i}{\Delta K / \beta_{\text{эфф}}}; \quad \frac{\Delta K}{\beta_{\text{эфф}}} = \frac{n_0}{\int_0^{\infty} n(t') dt'} \sum_i a_i / \lambda_i.$$

При делении  $^{235}\text{U}$  тепловыми нейтронами  $\sum_i a_i / \lambda_i = 13.035$ ,  
на быстрых нейтронах — 12.75 (разница 2.23%).

Таким образом, эксперимент по сбросу стержня позволяет вычислить вес устройства  $\Delta K / \beta_{\text{эфф}}$  в долларах.

# Фотонейтроны



$$E_{th}^{\gamma} = 2.2 \text{ МэВ}$$

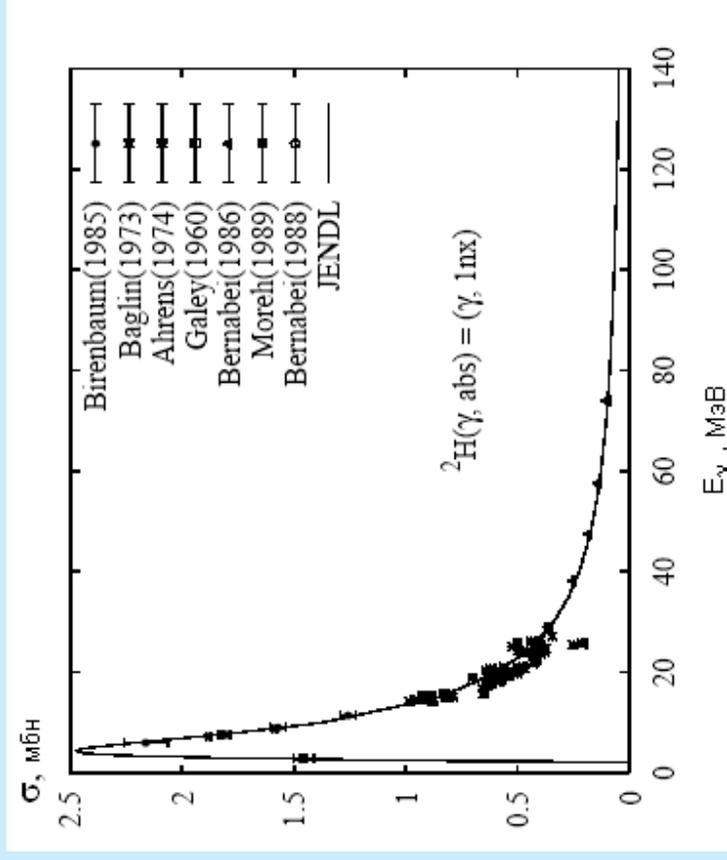
Выходы фотонейтронов, обусловленных  $\gamma$ -квантами продуктов деления  $^{235}\text{U}$  измерялись экспериментально в Окридже. Для этого облученные образцы  $^{235}\text{U}$  помещались в центр полости алюминиевой сферы  $\text{Ø}48 \text{ см}$ , окруженной  $\text{D}_2\text{O}$ . Интенсивность фотонейтронов измерялась как функция времени.

Источники фотонейтронов можно разбить на 8 временных групп с периодами полураспада меняющимися от 2.5 с до 53 часов. Абсолютный выход фотонейтронов с периодом полураспада **выход фотонейтрон / деление**.

53 часа составляет всего  $0.25 \cdot 10^{-5}$  фотонейтрон / деление. Полная доля запаздывающих фотонейтронов равна **0.0010075** ( $\approx 13\%$  от  $\beta_{\text{эфф}} = 0.00767$ ).

Вводится также еще одна группа долгоживущих  $\gamma$ -излучателей с высокой энергий  $\gamma$ -квантов:  $T_{1/2} = 12.8 \text{ дней}$ .

Расчетная доля фотонейтронов для этой группы оказывается всего  $5 \cdot 10^{-7}$ .



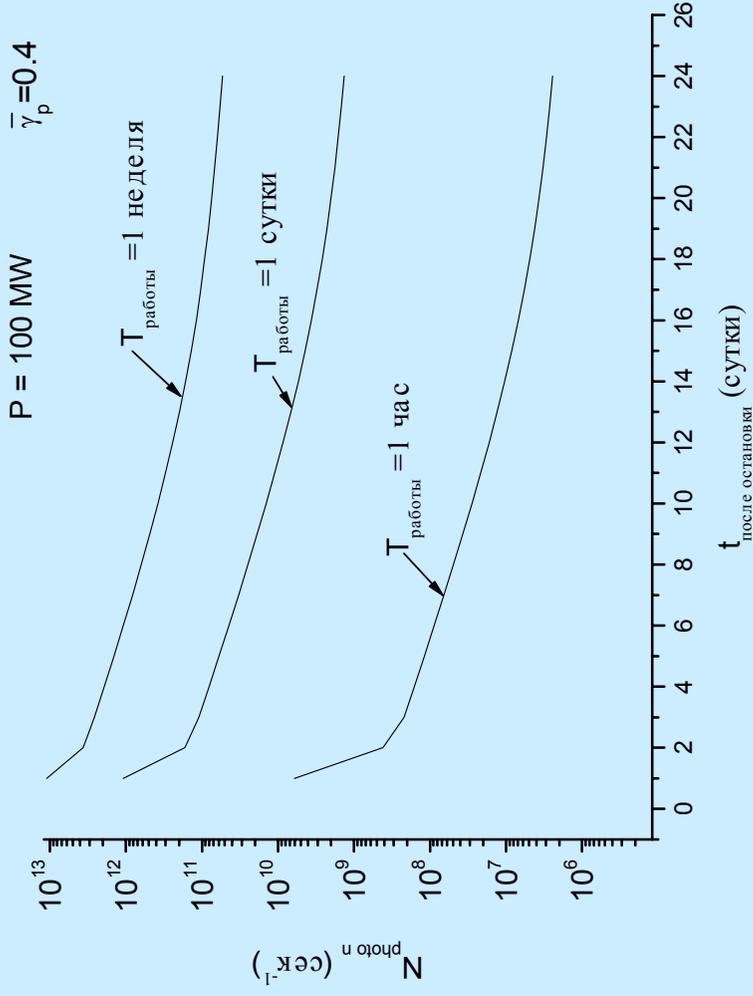
Интенсивность источника запаздывающих фотонейтронов можно вычислить по формуле:

$$N_{pn}(t) = N_f \bar{\gamma}_p \sum_j \lambda_j \beta_j (1 - e^{-\lambda_j t}) e^{-\lambda_j t}.$$

Здесь  $N_f$  – число делений ядер  $^{235}\text{U}$  за время  $T$  работы реактора:

$$N_f = N_f^0 \cdot T.$$

Ценность запаздывающих фотонейтронов  $\bar{\gamma}_p$  должна определяться или экспериментально, или рассчитываться для конкретного реактора (сборки).



Интенсивность фотонейтронов  
в реакторе ПИК.

## Экспериментальное определение $\bar{\gamma}_p$

В эксперименте по сбросу стержня можно измерить  $\bar{\gamma}_p$  (Дж. Кипин).

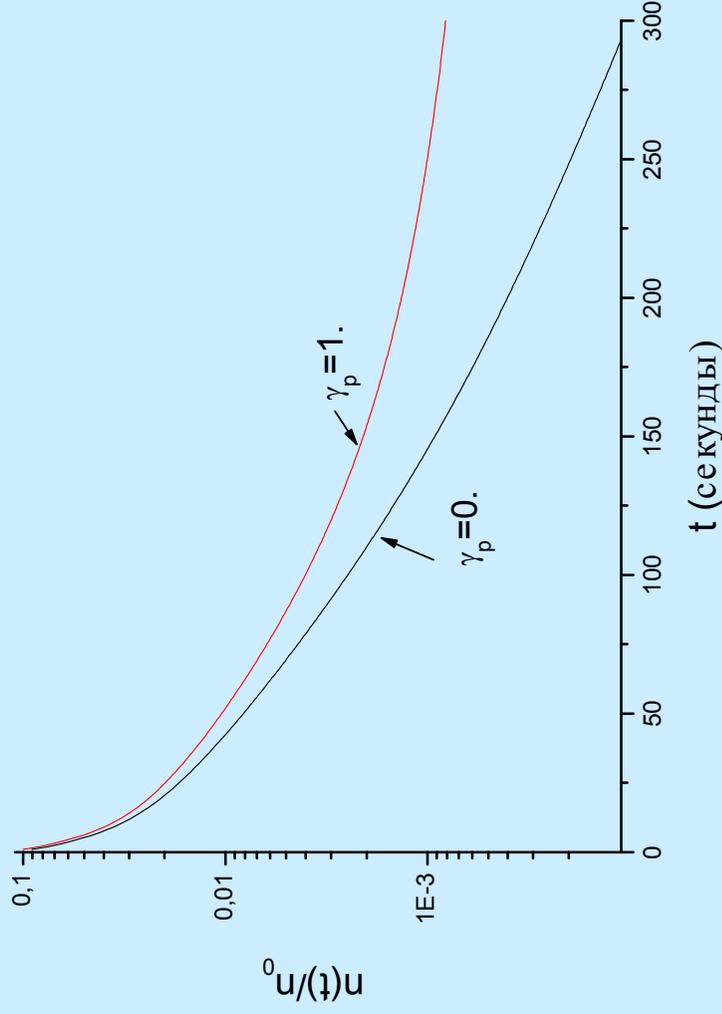
- Скорость счета нейтронных счетчиков, после уменьшения коэффициента размножения критической системы на  $\Delta K$  с учетом запаздывающих нейтронов равна:

$$\frac{n(t)}{n_0} = \bar{\gamma} \sum_i a_i e^{-\lambda_i t} + \bar{\gamma}_p \sum_j a_j e^{-\lambda_j t}$$

$$a_i = \frac{\beta_i}{\beta + \Delta K} (1 - e^{-\lambda_i t});$$

$$\beta = \sum_i \beta_i + \sum_j \beta_j;$$

$$\lambda_i = \lambda_i \left( 1 - \frac{\beta_i}{\beta + \Delta K} \right).$$



Дополнительный счет при  $\bar{\gamma}_p = 1$  — 7.9%,  
 $\bar{\gamma}_p = 0.4$  — 3.2%.

Решение уравнения точечной кинетики реактора с учетом запаздывающих нейтронов имеет вид:

$$P(t) = \sum_{i=1}^{i=7} P_j e^{\omega_j t}.$$

Периоды  $T_j = \omega_j^{-1}$  определяют временную кинетику системы.

Установившийся период  $T = \omega_0^{-1}$  положителен при положительной реактивности системы (характеризует период разгона системы).

Зависимость периода от реактивности для тяжеловодных систем имеет свои особенности.

