

# ИЗМЕРЕНИЕ $\theta_{13}$ , $\Delta m_{32}^2$ И КОВАРИАНТНАЯ КВАНТОВО-ПОЛЕВАЯ ТЕОРИЯ НЕЙТРИННЫХ ОСЦИЛЛЯЦИЙ.

(по материалам докторской диссертации)

Д. В. Наумов

Объединенный Институт Ядерных Исследований

## 1. Вместо предисловия

- ▶ Смешивание в Стандартной Модели
- ▶ Статус (PDG2016)

## 2. Ковариантная квантово-полевая теория нейтринных осцилляций

- ▶ Неполнота плосковолновой модели нейтринных осцилляций
- ▶ Программа действий
- ▶ К теории волнового пакета
- ▶ Ковариантный волновой пакет в КТП
- ▶ Модель релятивистского гауссова пакета
- ▶  $S$ -матричный формализм с волновыми пакетами
- ▶ Процесс с нарушением флэйвора
- ▶ Вероятность осцилляций. Стационарный источник
- ▶ Первое ограничение из данных Daya Bay

### 3. Измерение $\theta_{13}$ и $\Delta m_{32}^2$ в эксперименте Daya Bay

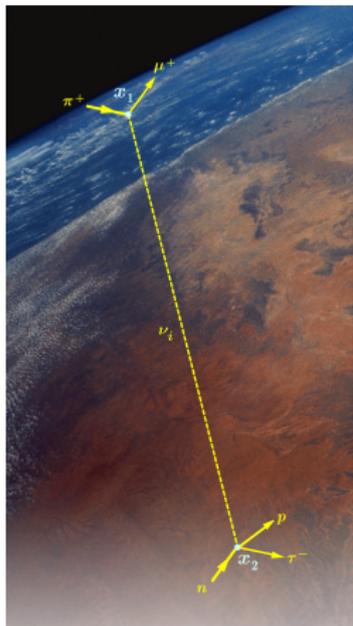
- ▶ Антинейтрино от реактора
- ▶ Эксперимент Daya Bay
- ▶ Результаты. Сравнение наблюдений в ближнем и дальнем холлах
- ▶ Результаты осцилляционного анализа
- ▶ Результаты измерения потока антинейтрино
- ▶ Результаты измерения спектра антинейтрино

### 4. Формальности

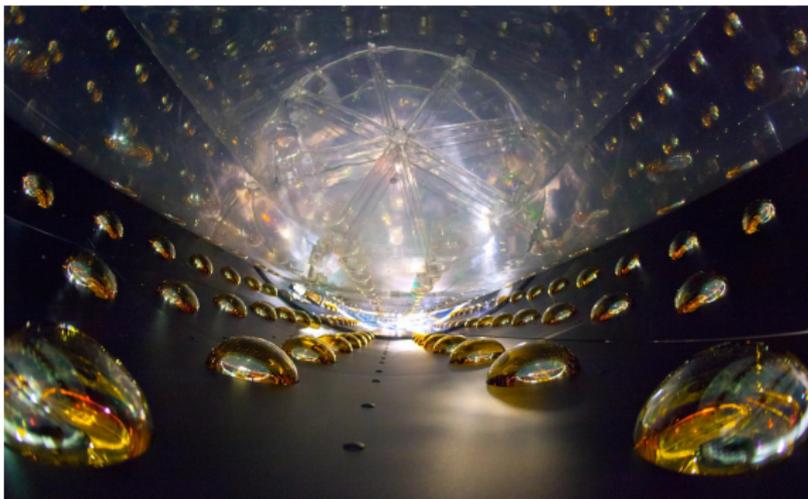
- ▶ Цели и задачи
- ▶ Основные положения, выносимые на защиту
- ▶ Список статей по теме диссертации
- ▶ Апробация работы
- ▶ Научная новизна
- ▶ Практическая значимость

- ▶ Премии
- ▶ Публикации

## 5. Благодарности



Д. В. Наумов, ОИЯИ



Семинар ПИЯФ, 7 февраля 2017

- ▶ Поколения кварков и лептонов с определенной массой **не смешиваются** во взаимодействиях с  $\gamma$ ,  $Z^0$ , но **смешиваются** во взаимодействиях с  $W^\pm$
- ▶ Смешиванию соответствуют унитарные матрицы  $V_{CKM}$  (кварки) и  $V_{PMNS}$  (лептоны)
- ▶  $V_{3 \times 3}$  матрица смешивания:
  - ↔ 3 угла  $\theta_{ij}$ ,
  - ↔ 1 фаза  $\delta$  (2 доп. фазы для нейтрино Майораны) ↔ нарушение CP-инвариантности.
- ▶ Предмет исследования:
  - ↔  $\theta_{ij}, \delta$  и масса нейтрино  $m_i$

- ▶ Наблюдаемые, чувствительные к этим параметрам:
  - ↪ “Масса флэйворного нейтрино“:  $m_\alpha^{\text{eff}} = \sum_i |V_{\alpha i}|^2 m_i$
  - ↪  $0\nu 2\beta$  распады:  $m_{\beta\beta} = |V_{ei}^2 m_i|$
  - ↪ Появление и исчезновение флэйвора в нейтринных осцилляциях:  $\theta_{ij}, \delta, \Delta m_{ij}^2$
  - ↪ Космология и глубокие обзоры неба:  $\sum_i m_i$

## 1. Углы смешивания:

- ▶  $\sin^2 \theta_{12} = 0.304 \pm 0.014$
- ▶  $\sin^2 \theta_{23} = 0.51 \pm 0.05$
- ▶  $\sin^2 \theta_{13} < 0.04$ . Верхний предел Chooz. **Актуальность №1**

## 2. Массы:

- ▶  $\Delta m_{21}^2 = (7.53 \pm 0.18) \cdot 10^{-5} \text{ эВ}^2$
- ▶  $\Delta m_{32}^2 = (2.44 \pm 0.066) \cdot 10^{-3} \text{ эВ}^2$  (нормальная иерархия)
- ▶  $\Delta m_{32}^2 = (-2.51 \pm 0.066) \cdot 10^{-3} \text{ эВ}^2$  (обратная иерархия)
- ▶  $m_e^{\text{eff}} < 2.05 \text{ эВ}$
- ▶  $m_{\beta\beta} < (0.120 - 0.250) \text{ эВ}$
- ▶  $\sum_i m_i \leq (0.12 - 0.23) \text{ эВ}$

## 1. Углы смешивания:

- ▶  $\sin^2 \theta_{12} = 0.304 \pm 0.014$
- ▶  $\sin^2 \theta_{23} = 0.51 \pm 0.05$
- ▶  $\sin^2 \theta_{13} = 0.0219 \pm 0.0012$ . Открытие Daya Bay

## 2. Массы:

- ▶  $\Delta m_{21}^2 = (7.53 \pm 0.18) \cdot 10^{-5} \text{ эВ}^2$
- ▶  $\Delta m_{32}^2 = (2.44 \pm 0.066) \cdot 10^{-3} \text{ эВ}^2$  (нормальная иерархия)
- ▶  $\Delta m_{32}^2 = (-2.51 \pm 0.066) \cdot 10^{-3} \text{ эВ}^2$  (обратная иерархия)
- ▶  $m_e^{\text{eff}} < 2.05 \text{ эВ}$
- ▶  $m_{\beta\beta} < (0.120 - 0.250) \text{ эВ}$
- ▶  $\sum_i m_i \leq (0.12 - 0.23) \text{ эВ}$

1. Нейтринные осцилляции – на сегодня главный источник информации о  $V_{\alpha i}$  и  $\Delta m_{ij}^2$
2. Плосковолновая модель, однако, неполна и противоречива. Актуальность №2

Измерение  $\theta_{13}$ ,  $\Delta m_{32}^2$  и ковариантная квантово-полевая теория нейтринных осцилляций.

└ Ковариантная квантово-полевая теория нейтринных осцилляций

└ Неполнота плосковолновой модели нейтринных осцилляций

## 1. Теория осцилляций нейтрино в двух словах.

- ▶ Эволюция во времени флэйворного состояния

$$\underbrace{|\nu_\alpha\rangle = \sum_i V_{\alpha i}^* |\nu_i\rangle}_{\text{Флэйворное нейтрино}}$$

Измерение  $\theta_{13}$ ,  $\Delta m_{32}^2$  и ковариантная квантово-полевая теория нейтринных осцилляций.

└ Ковариантная квантово-полевая теория нейтринных осцилляций

└ Неполнота плосковолновой модели нейтринных осцилляций

## 1. Теория осцилляций нейтрино в двух словах.

- ▶ Эволюция во времени флэйворного состояния

$$\underbrace{|\nu_\alpha(t)\rangle = \sum_i V_{\alpha i}^* e^{-iE_i t} |\nu_i\rangle}_{\text{Эволюция во времени}}$$

## 1. Теория осцилляций нейтрино в двух словах.

- ▶ Эволюция во времени флэйворного состояния

$$\underbrace{|\nu_\alpha(t)\rangle = \sum_i V_{\alpha i}^* e^{-iE_i t} |\nu_i\rangle}_{\text{Эволюция во времени}}$$

- ▶ приводит к ненулевому перекрытию с другим флэйворным состоянием  $|\nu_\beta\rangle$

$$A_{\beta\alpha}(t) = \langle \nu_\beta | \nu_\alpha(t) \rangle$$

## 1. Теория осцилляций нейтрино в двух словах.

- ▶ Эволюция во времени флэйворного состояния

$$\underbrace{|\nu_\alpha(t)\rangle = \sum_i V_{\alpha i}^* e^{-iE_i t} |\nu_i\rangle}_{\text{Эволюция во времени}}$$

- ▶ приводит к ненулевому перекрытию с другим флэйворным состоянием  $|\nu_\beta\rangle$

$$\mathcal{A}_{\beta\alpha}(t) = \langle \nu_\beta | \nu_\alpha(t) \rangle$$

- ▶ которое (полагая  $t = L$ ) можно обнаружить с вероятностью осцилляций

$$P_{\beta\alpha}(L) = |\mathcal{A}_{\beta\alpha}(L)|^2 = \sum_{ij} V_{\alpha i}^* V_{\beta j}^* V_{\alpha j} V_{\beta i} e^{iL\Delta m_{ij}^2/2E}$$

## 1. Теория осцилляций нейтрино в двух словах.

- ▶ Эволюция во времени флэйворного состояния

$$\underbrace{|\nu_\alpha(t)\rangle = \sum_i V_{\alpha i}^* e^{-iE_i t} |\nu_i\rangle}_{\text{Эволюция во времени}}$$

- ▶ приводит к ненулевому перекрытию с другим флэйворным состоянием  $|\nu_\beta\rangle$

$$\mathcal{A}_{\beta\alpha}(t) = \langle \nu_\beta | \nu_\alpha(t) \rangle$$

- ▶ которое (полагая  $t = L$ ) можно обнаружить с вероятностью осцилляций

$$P_{\beta\alpha}(L) = |\mathcal{A}_{\beta\alpha}(L)|^2 = \sum_{ij} V_{\alpha i}^* V_{\beta j}^* V_{\alpha j} V_{\beta i} e^{iL\Delta m_{ij}^2/2E}$$

## 2. $V_{\alpha i}$ и $\Delta m_{ij}^2$ измеряются при помощи $P_{\beta\alpha}(L)$ .

- (I) в процессах рождения и детектирования нейтрино взаимодействует когерентная суперпозиция  
$$|\nu_\alpha\rangle = \sum_i V_{\alpha i}^* |\nu_i\rangle;$$
- (II) состояния  $|\nu_i\rangle$  обладают определенными импульсами  $\mathbf{p}_i$ ;
- (III) все импульсы  $\mathbf{p}_i$  одинаковы ( $\mathbf{p}_i = \mathbf{p}$ );
- (IV) нейтрино являются ультрарелятивистскими, т.е.  
 $\mathbf{p}^2 \gg \max(m_i^2)$  (приближение);
- (V) время распространения нейтрино заменяется пройденным расстоянием  $t = L$ .

## Гипотеза (I)

в процессах рождения и детектирования нейтрино взаимодействует когерентная суперпозиция

$$|\nu_\alpha\rangle = \sum_i V_{\alpha i}^* |\nu_i\rangle$$

- ▶ Почему массивные состояния нейтрино  $|\nu_i\rangle$  рождаются **когерентными**, а массивные заряженные лептоны  $e, \mu, \tau$  (видимо) **некогерентны**. Или осциллируют ли заряженные лептоны?
- ▶ Поля нейтрино и заряженных лептонов симметричны в СМ:

$$\mathcal{L} = \dots - \frac{g}{\sqrt{2}} \sum_{\alpha i} V_{\alpha i} \bar{\ell}_\alpha \gamma_\mu \nu_{iL} W^\mu + \text{h.c.}$$

Измерение  $\theta_{13}$ ,  $\Delta m_{32}^2$  и ковариантная квантово-полевая теория нейтринных осцилляций.

└ Ковариантная квантово-полевая теория нейтринных осцилляций

└ Неполнота плосковолновой модели нейтринных осцилляций. Критический анализ гипотез

## Гипотеза (II)

состояния  $|\nu_i\rangle$  обладают определенными импульсами  $p_i$

- ▷  $\delta p_\nu = 0$  означает неопределенное положение состояния  $\delta x_\nu = \infty$ . Невозможно корректно определить  $L$  в  $P_{\beta\alpha}(L)$ .

Измерение  $\theta_{13}$ ,  $\Delta m_{32}^2$  и ковариантная квантово-полевая теория нейтринных осцилляций.

└ Ковариантная квантово-полевая теория нейтринных осцилляций

└ Неполнота плосковолновой модели нейтринных осцилляций. Критический анализ гипотез

## Гипотеза (III)

все импульсы  $p_i$  одинаковы ( $p_i = p$ )

- ▶ Противоречит Лоренц-инвариантности. Противоречит кинематике распадов.

## Приближение (IV)

нейтрино являются ультрарелятивистскими, т.е.

$$p^2 \gg \max(m_i^2)$$

- ▷ Для всех современных экспериментов это приближение выполняется.
- ▷ Для реликтовых нейтрино не выполняется
- ▷ Для стерильных нейтрино с  $m \simeq$  МэВ может не выполняться

## Гипотеза (V)

время распространения нейтрино заменяется пройденным расстоянием  $t = L$

▷ Замена  $L = vt$ , увеличивает разность фаз  $\varphi_{ij}$  вдвое:

$$\varphi_i = E_i t - p_i L = E_i t - p_i v_i t = \frac{m_i^2}{E_i} t \simeq \frac{m_i^2}{p}$$

и

$$\varphi_{ij} = \varphi_i - \varphi_j = 2 \frac{\Delta m_{ij}^2}{2p} t \simeq 2 \frac{\Delta m_{ij}^2}{2p} L$$

Измерение  $\theta_{13}$ ,  $\Delta m_{32}^2$  и ковариантная квантово-полевая теория нейтринных осцилляций.

└ Ковариантная квантово-полевая теория нейтринных осцилляций

└ Неполнота плосковолновой модели нейтринных осцилляций. Критический анализ гипотез

- ▶ В экспериментах, где время распространения нейтрино не измеряется, по нему требуется проинтегрировать:

$$P_{\beta\alpha}(L) = \sum_i |V_{\alpha i}|^2 |V_{\beta i}|^2$$

некогерентная сумма, не зависящая от  $L$  и  $p$ .

- ✗ Гипотеза (I) требует количественного обоснования.
- ✗ Гипотеза (II) нефизична.
- ✗ Гипотеза (III) нефизична.
- ✓ Приближение (IV) выполняется для современных экспериментов и нарушается для реликтовых нейтрино.
- ✗ Гипотеза (V) необоснованна.

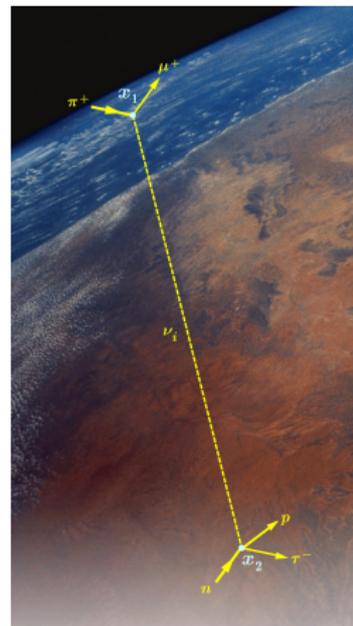
- ▶ Необходимо описание осцилляций нейтрино в рамках модели с **волновым пакетом**.
- ▶ Обсуждаются, в основном, два подхода:
  1. **КМ подход**: форма волнового пакета нейтрино постулируется. Обычно нековариантный гауссовый пакет:
    - ▷ Giunti Found.Phys.Lett. 17 (2004) 103-124
    - ▷ Bilenky, Giunti, Grimus Prog.Part.Nucl.Phys. 43 (1999) 1-86
    - ▷ M. Beuthe, Phys. Rev. D66 (2002) 013003
    - ▷ многие другие

2. **КТП подход**: распространяющееся нейтрино – виртуальная частица, все другие частицы описываются волновыми пакетами. Волновая функция нейтрино вычисляется:

- ▷ C. Giunti, C. W. Kim, J. A. Lee, U. W. Lee. Phys.Rev. D48 (1993) 4310-4317
- ▷ Grimus, Stockinger 1996 Phys. Rev. D54 3414;
- ▷ Cardall 2000 Phys. Rev. D 61 073006;
- ▷ D. V. Naumov and V. A. Naumov, J. Phys. G 37 (2010) 105014;
- ▷ Akhmedov and Kopp 2010, JHEP 1004 008
- ▷ многие другие

1. Разработать теорию ковариантного волнового пакета, исследовать свойства.
2. Вычислить амплитуду  $A_{\alpha\beta}$  “макроскопической” диаграммы, в которой:

- ▶ “источник” и “детектор” нейтрино разделены макроскопическим расстоянием;
- ▶ начальные и конечные частицы описываются волновыми пакетами;
- ▶ нейтрино – *виртуальная* частица.



3. Вычислить вероятность  $|\mathcal{A}_{\alpha\beta}|^2$ .
4. Произвести макроскопическое усреднение и вычислить число событий  $N_{\alpha\beta}$ .
5. Найти условия, при которых  $N_{\alpha\beta}$  факторизуется  $N_{\alpha\beta} = \Phi_\nu(E_\nu, L) \times P_{\alpha\beta}(E_\nu, L; \sigma_p) \times \sigma(E_\nu)$ , где поток  $\Phi_\nu(E_\nu, L) \propto 1/L^2$  из первых принципов.
6. Исследовать формулу для “вероятности осцилляций”  $P_{\alpha\beta}$ .

- ▶ Волновой пакет (ВП)

$$|\psi(t)\rangle = \int \frac{d\mathbf{p}}{(2\pi)^3 \sqrt{2E_p}} e^{-iE_p t} \psi_p(\mathbf{p}) |\mathbf{p}\rangle,$$

где  $\psi_p(\mathbf{p})$  – волновая функция в импульсном представлении с максимумом около среднего импульса  $\mathbf{k}$  и дисперсией  $\sigma_p$ .

- ▶ Средний 4-импульс – интеграл движения.
- ▶ Волновая функция в координатном представлении

$$\psi_x(t, \mathbf{x}) = \int \frac{d\mathbf{p}}{(2\pi)^3} e^{-iE_p t + i\mathbf{p}\mathbf{x}} \psi_p(\mathbf{p}).$$

- ▶ В среднем ВП следует классической траектории  
 $\langle \mathbf{x}(t) \rangle = \langle \mathbf{v} \rangle t$
- ▶ ВП расплывается со временем  $\lim_{t \rightarrow \infty} |\psi_{\mathbf{x}}(t, \mathbf{x})| = 0$
- ▶ Пространственная дисперсия  $\sigma_{\mathbf{x}}^2(t) = \langle \mathbf{x}^2(t) \rangle - \langle \mathbf{x}(t) \rangle^2$  дается

$$\sigma_{\mathbf{x}}^2(t) = \sigma_{\mathbf{x}}^2(0) + (\langle \mathbf{v}^2 \rangle - \langle \mathbf{v} \rangle^2) t^2 = \sigma_{\mathbf{x}}^2(0) + \sigma_{\mathbf{v}}^2 t^2,$$

- ▶ Корректное определение сечения и ширины распада в  $S$ -матричной теории использует волновой пакет.
- ✓ Расплывающийся ВП можно использовать в качестве асимптотического состояния в  $S$ -матричной теории:

- ▶ Для любого  $t$  плотность потока  $\mathbf{j}(t, \mathbf{x})$  убывает быстрее, чем  $1/4\pi|\mathbf{x}|^2$ .
- ▶ Интеграл по времени от  $\mathbf{j}(t, \mathbf{x})$  (в системе покоя) есть

$$\Phi(\mathbf{x}) = \int_0^\infty dt \mathbf{j}(t, \mathbf{x}) = \frac{1}{4\pi|\mathbf{x}|^2}.$$

и преобразуется для лабораторной системы согласно преобразования Лоренца.

- ▶ С учетом того, что нормировка  $\langle \psi(t) | \psi(t) \rangle$  конечна и не зависит от времени, расплывающийся ВП можно использовать в качестве асимптотического состояния при больших по модулю (но конечных)  $(t_1, t_2)$  в теории рассеяния с  $S = S(t_1, t_2)$ .

► Ковариантный ВП

$$|p, s, x\rangle = \int \frac{dk}{(2\pi)^3 2E_k} e^{+ikx} \phi(k, p) |k, s\rangle,$$

- ▷  $\phi(k, p)$  – Лоренц-инвариантный форм-фактор, зависящий от дисперсии импульса  $\sigma$ .
- ▷ Волновая функция в импульсном представлении  $\psi_p(k, p) = \phi(k, p) / \sqrt{2E_k}$ .
- ▷ При  $t = x_0$  средняя координата ВП есть  $\langle x \rangle$

► В координатном представлении

$$\psi(p, x) \equiv \psi(p, x_0, x) = \int \frac{dk}{(2\pi)^3 2E_k} \phi(k, p) e^{-ikx}.$$

► Принцип соответствия и нормировка волнового пакета

$$\lim_{\sigma \rightarrow 0} \phi(k, p) = (2\pi)^3 2E_p \delta^3(k - p).$$

- ▶ В соответствии с принятой нормировкой ВП  $\psi(\mathbf{p}, \mathbf{x})$  безразмерна.
- ▶ 3D-объем ВП в пространстве:

$$V(\mathbf{p}) \stackrel{\text{def}}{=} \int d\mathbf{x} |\psi(\mathbf{p}, \mathbf{x})|^2 = \frac{V(\mathbf{0})}{\Gamma_{\mathbf{p}}}$$

- ▶ Норма ВП конечна:

$$\langle \mathbf{p}, \mathbf{x} | \mathbf{p}, \mathbf{x} \rangle = 2mV_{\star} \simeq 2\langle E_{\mathbf{p}} \rangle V(\mathbf{p})$$

- ▶ Предложена модель релятивистского гауссова пакета

$$\phi_G(\mathbf{k}, \mathbf{p}) = \frac{2\pi^2}{\sigma^2 K_1(m^2/2\sigma^2)} \exp\left(-\frac{E_k E_p - \mathbf{k}\mathbf{p}}{2\sigma^2}\right).$$

- ▶ В нерелятивистском случае ( $(|\mathbf{k}| + |\mathbf{p}|)^2 \ll 4m^2$ )

$$\phi_G(\mathbf{k}, \mathbf{p}) \sim \exp\left[-\frac{(\mathbf{k} - \mathbf{p})^2}{4\sigma^2}\right],$$

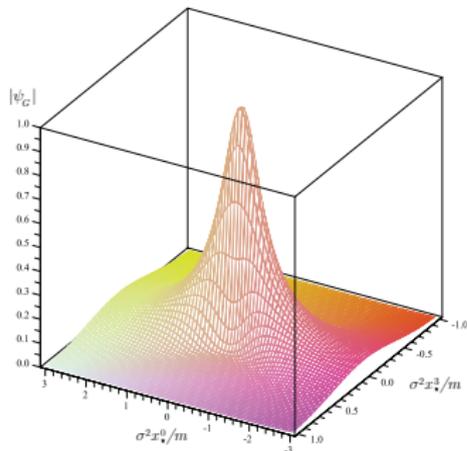
форм-фактор, используемый другими авторами.

- ▶ Во всех нейтринных экспериментах участвуют релятивистские частицы → необходимо использовать релятивистские ВП.

- ▶ В координатном пространстве

$$\psi(\mathbf{p}, x) = \frac{K_1(\zeta m^2/2\sigma^2)}{\zeta K_1(m^2/2\sigma^2)} \stackrel{\text{def}}{=} \psi_G(\mathbf{p}, x),$$

где  $\zeta = \sqrt{1 - \frac{4\sigma^2}{m^2} [\sigma^2 x^2 - i(px)]}$ .



- В пренебрежении расплыванием ВП:

$$\begin{aligned}\psi_G(\mathbf{p}, x) &= \exp \left\{ -i(p x) - \frac{\sigma^2}{m^2} [(p x)^2 - m^2 x^2] \right\} \\ &= \exp \left[ -iE (x_0 - \mathbf{v}_p \mathbf{x}) - \sigma^2 \Gamma_p^2 (x_{\parallel} - \mathbf{v}_p x_0)^2 - \sigma^2 \mathbf{x}_{\perp}^2 \right]\end{aligned}$$

## Многопакетные состояния

- ▶ Получены формулы для нормы  $n$ -частичного состояния.
- ▶ Например, норма 2х-частичного состояния есть:

$${}_2\langle \mathbf{p}, s, \mathbf{x} | \mathbf{p}, s, \mathbf{x} \rangle_2 = (2mV_*)^2 [1 \pm \delta_{s_1 s_2} \exp(-\sigma^2 |\mathbf{x}_1^* - \mathbf{x}_2^*|^2)],$$

где знак  $+$  относится к бозонам, а  $-$  к фермионам.

- ▶ Бозе-эйнштейновское притяжение и фермиевское отталкивание, важны лишь при

$$\sigma^2 |\mathbf{x}_i^* - \mathbf{x}_j^*|^2 \lesssim 1.$$

- ▶ При достаточно больших расстояниях между ВП квантовая статистика не играет роли.

- ▶ Амплитуда с ВП для начальных и конечных состояний:

$$\mathcal{A} = \frac{1}{\mathcal{N}} \langle \{\mathbf{p}_f, \mathbf{x}_f\} | \mathbb{S} - 1 | \{\mathbf{p}_i, \mathbf{x}_i\} \rangle.$$

- ▶ Норма состояний:

$$\mathcal{N}^2 = \langle \{\mathbf{p}_f, \mathbf{x}_f\} | \{\mathbf{p}_f, \mathbf{x}_f\} \rangle \cdot \langle \{\mathbf{p}_i, \mathbf{x}_i\} | \{\mathbf{p}_i, \mathbf{x}_i\} \rangle.$$

- ▶ *Микроскопическая* вероятность

$$P(\{\mathbf{p}_f, \mathbf{x}_f\}, \{\mathbf{p}_i, \mathbf{x}_i\}) = |\mathcal{A}|^2$$

- ▶ *Макроскопически-усредненная* вероятность или число событий:

$$dN = \prod_i \frac{dx_i dp_i}{(2\pi)^3} f_i(\mathbf{x}_i, \mathbf{p}_i, t) \prod_f \frac{dx_f dp_f}{(2\pi)^3} P(\{\mathbf{p}_f, \mathbf{x}_f\}, \{\mathbf{p}_i, \mathbf{x}_i\})$$

- ▶ Рассеяние двух ВП  $a, b$  с прицельным параметром  $\mathbf{b} = \mathbf{x}_b - \mathbf{x}_a$  и  $\mathbf{n} = \mathbf{v}_{ab}/|\mathbf{v}_{ab}|$

- ✓ Число взаимодействий

$$dN = d\sigma L(\mathbf{b}) = d\sigma L(0) e^{-(\mathbf{b} \times \mathbf{n})^2 / 2\sigma_{x,ab}^2},$$

где

- ▷  $L(\mathbf{b}) = |\mathbf{v}_{ab}| \int d^4x |\psi_a(\mathbf{p}_a, \mathbf{x})|^2 |\psi_b(\mathbf{p}_b, \mathbf{x} + \mathbf{b})|^2$  – микроскопическая светимость для двух ВП,
- ▷  $L(0) = (2\pi\sigma_{x,ab}^2)^{-1}$ ,
- ▷  $\sigma_{x,a}^2$  и  $\sigma_{x,b}^2$  – гауссовы дисперсии ВП  $\psi_{a,b}$  в конфигурационном пространстве,
- ▷  $\sigma_{x,ab}^2 = \sigma_{x,a}^2 + \sigma_{x,b}^2$  – эффективная дисперсия конволюции двух ВП,
- ▷  $d\sigma$  – плосковолновое сечение рассеяния.

Измерение  $\theta_{13}$ ,  $\Delta m_{32}^2$  и ковариантная квантово-полевая теория нейтринных осцилляций.

└ Ковариантная квантово-полевая теория нейтринных осцилляций

└ Рассеяние волновых пакетов

## Макроскопическое усреднение

$$\langle dN \rangle = \int d\mathbf{b}_\perp \Phi_{ab} d\sigma \frac{e^{-\mathbf{b}_\perp^2 / 2\sigma_{x,ab}^2}}{2\pi\sigma_{x,ab}^2} = \Phi_{ab} d\sigma$$

дает хорошо известную связь с плосковолновым приближением. экспериментальный пример (ВЭПП-4)

► Рассмотрим класс процессов

$$I_s \oplus I_d \rightarrow F'_s + \ell_\alpha^+ \oplus F'_d + \ell_\beta^-.$$

► Адронная часть амплитуды факторизуется на блоки “источника” и “детектора”.

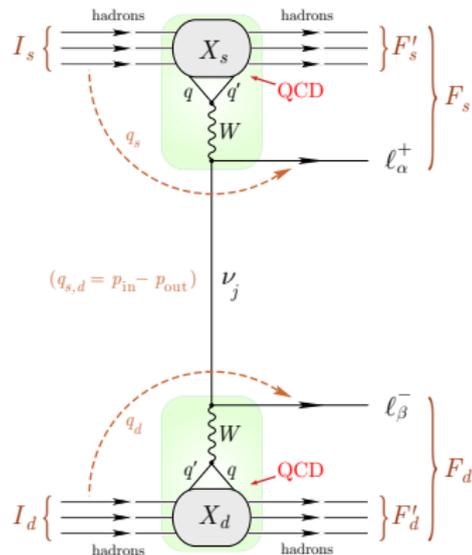
► В пропагаторе нейтрино

▷  $\int dq$  вычисляется при помощи теоремы

Гримуса-Стокинджера,

▷  $\int dq_0$  вычисляется методом перевала.

► Приближение  $m_j = 0$  в матричных элементах.



# Амплитуда

$$A_{\beta\alpha} = \frac{|\mathbb{V}_s(p_\nu)\mathbb{V}_d(p_\nu)| M_s M_d}{i4\pi^{3/2}\mathcal{N}L} \sum_j V_{\alpha j}^* \tilde{\mathcal{D}}_j V_{\beta j} e^{-\Omega_j - \Theta_j}.$$

▶ Матричные элементы

▷  $M_s$  отвечает  $I_s \rightarrow F'_s + \ell_\alpha^+ + \nu$

▷  $M_d$  отвечает  $\nu + I_d \rightarrow F'_d + \ell_\beta^-$

▶ Фаза

$$\Omega_j(T, L) = i(p_j X) + \frac{\tilde{\mathcal{D}}_j^2}{E_\nu^2} [(p_j X)^2 - m_j^2 X^2], \text{ где } X = X_d - X_s.$$

▶  $\Theta_j$  – поправка к фазе,  $L = |X_d - X_s|$ ,  $\mathbb{V}_{s,d}(p_\nu)$  – 4D-объемы перекрытия ВП в источнике и детекторе

▶  $\tilde{\mathcal{D}}_j$  – эффективная дисперсия импульса нейтрино, зависит от кинематики и дисперсией всех частиц

► Микроскопическая вероятность

$$|\mathcal{A}_{\beta\alpha}|^2 = \int dE_\nu \frac{(2\pi)^4 \delta_s(p_\nu - q_s) V_s |M_s|^2}{\prod_{x \in S} 2E_x V_x} \frac{(2\pi)^4 \delta_d(p_\nu + q_d) V_d |M_d|^2}{\prod_{x \in D} 2E_x V_x} \times \\ \times \frac{\mathfrak{D}}{2\sqrt{2}\pi(2\pi)^3 L^2} \left| \sum_j V_{\alpha j}^* V_{\beta j} e^{-\Omega_j - \Theta_j} \frac{1}{1 + i\tau_j} \right|^2,$$

► 4D-объемы перекрытия ВП в источнике и детекторе

$$V_{s,d} = \int dx \prod_{x \in S,D} |\psi_x(\mathbf{p}_x, x_x - x)|^2 = \frac{\pi^2 \exp(-2\mathfrak{G}_{s,d})}{4\sqrt{|\mathfrak{R}_{s,d}|}},$$

► Фактор  $\exp(-2\mathfrak{G}_{s,d})$  – геометрическое подавление при ненулевых прицельных параметрах (обобщенных как 4-векторы) рассеивающихся ВП

- ▶ Число событий (макроскопическое усреднение) за время работы  $\tau_s$  источника и детектирования  $\tau_d$ :

$$\frac{dN_{\alpha\beta}}{\tau_d} = \int dx dy dE_\nu \frac{d\Phi_\nu(x, y)}{dE_\nu} d\sigma_\nu(y) \mathcal{P}_{\alpha\beta}(E_\nu, |y - x|),$$

- ▶ где  $\frac{d\Phi_\nu(x, y)}{dE_\nu}$  и  $d\sigma_\nu(y)$  – плотность потока и сечение  $\nu + I_d \rightarrow F'_d + \ell_\beta^-$  в плосковолновом приближении, СООТВЕТСТВЕННО.

прицельные точки и т.д.

прицельные векторы

макроскопическое усреднение

поток

сечение

Измерение  $\theta_{13}$ ,  $\Delta m_{32}^2$  и ковариантная квантово-полевая теория нейтринных осцилляций.

└ Ковариантная квантово-полевая теория нейтринных осцилляций

└ Вероятность осцилляций. Стационарный источник

В режиме стационарного источника  $\tau_s = \infty$ :

$$\mathcal{P}_{\alpha\beta}(E_\nu, L) = \sum_{i,j} \frac{V_{\beta i} V_{\alpha i}^* V_{\alpha j} V_{\beta j}^*}{\sqrt[4]{1 + (L/L_{ij}^d)^2}} \exp[-i(\varphi_{ij} + \varphi_{ij}^d) - \mathcal{A}_{ij}^2 - \mathcal{B}_{ij}^2].$$

В режиме стационарного источника  $\tau_s = \infty$ :

$$P_{\alpha\beta}(E_\nu, L) = \sum_{i,j} \frac{V_{\beta i} V_{\alpha i}^* V_{\alpha j} V_{\beta j}^*}{\sqrt[4]{1 + (L/L_{ij}^d)^2}} \exp \left[ -i(\varphi_{ij} + \varphi_{ij}^d) - \mathcal{A}_{ij}^2 - \mathcal{B}_{ij}^2 \right].$$

- ▶ Осцилляционная плосковолновая фаза

$$\varphi_{ij} = \frac{2\pi L}{L_{ij}^{\text{osc}}}.$$

- ▶ Длина осцилляций в плосковолновом приближении

$$L_{ij}^{\text{osc}} = \frac{4\pi E_\nu}{\Delta m_{ij}^2}.$$

В режиме стационарного источника  $\tau_s = \infty$ :

$$\mathcal{P}_{\alpha\beta}(E_\nu, L) = \sum_{i,j} \frac{V_{\beta i} V_{\alpha i}^* V_{\alpha j} V_{\beta j}^*}{\sqrt[4]{1 + (L/L_{ij}^d)^2}} \exp \left[ -i(\varphi_{ij} + \varphi_{ij}^d) - \mathcal{A}_{ij}^2 - \mathcal{B}_{ij}^2 \right]$$

▶  $\mathcal{A}_{ij}^2 = \frac{1}{1 + (L/L_{ij}^d)^2} \left( \frac{L}{L_{ij}^{\text{coh}}} \right)^2$ .

▶ Длина когерентности

$$L_{ij}^{\text{coh}} = \frac{2\sqrt{2}E_\nu^2}{\mathcal{Q}\Delta m_{ij}^2}.$$



▶ Длина дисперсии

$$L_{ij}^d = \frac{E_\nu^3}{\mathcal{Q}^2 \Delta m_{ij}^2}.$$

В режиме стационарного источника  $\tau_s = \infty$ :

$$\mathcal{P}_{\alpha\beta}(E_\nu, L) = \sum_{i,j} \frac{V_{\beta i} V_{\alpha i}^* V_{\alpha j} V_{\beta j}^*}{\sqrt[4]{1 + (L/L_{ij}^d)^2}} \exp \left[ -i(\varphi_{ij} + \varphi_{ij}^d) - \mathcal{A}_{ij}^2 - \mathcal{B}_{ij}^2 \right].$$

$$\blacktriangleright \mathcal{B}_{ij}^2 = \left( \frac{\Delta E_{ij}}{2\sqrt{2\mathcal{D}}} \right)^2 = \left( \frac{\pi n}{\sqrt{2\mathcal{D}} L_{ij}^{\text{osc}}} \right)^2 = \left( \frac{\sqrt{2}\pi\sigma_x n}{L_{ij}^{\text{osc}}} \right)^2$$

▶ Пространственная дисперсия ВП нейтрино

$$\sigma_x = \frac{1}{2\mathcal{D}}.$$

В режиме стационарного источника  $\tau_s = \infty$ :

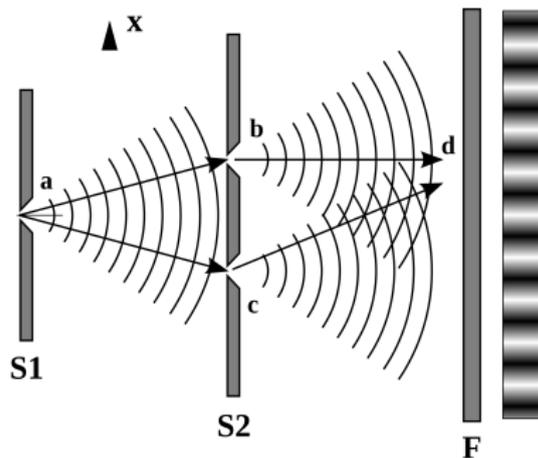
$$\mathcal{P}_{\alpha\beta}(E_\nu, L) = \sum_{i,j} \frac{V_{\beta i} V_{\alpha i}^* V_{\alpha j} V_{\beta j}^*}{\sqrt[4]{1 + (L/L_{ij}^d)^2}} \exp \left[ -i(\varphi_{ij} + \varphi_{ij}^d) - \mathcal{A}_{ij}^2 - \mathcal{B}_{ij}^2 \right].$$

► Поправка к осцилляционной фазе

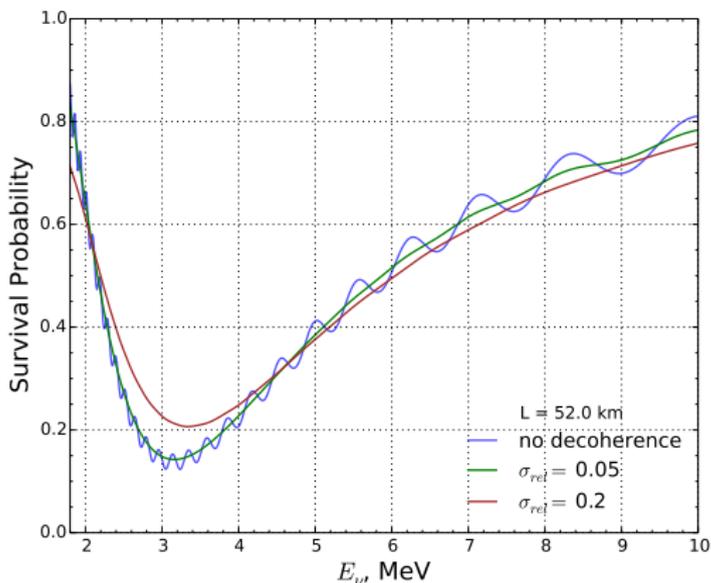
$$\varphi_{ij}^d(L) = -\frac{1}{1 + (L/L_{ij}^d)^2} \left( \frac{L}{L_{ij}^{\text{coh}}} \right)^2 \frac{L}{L_{ij}^d} + \frac{1}{2} \arctan \frac{L}{L_{ij}^d}.$$

- ▶  $\mathcal{D} = 0$  (плоская волна)
  - ▷ Нейтрино рождается/детектируется некогерентно
  - ▷ Нет осцилляций флэйвора
- ▶  $\mathcal{D} = \infty$  (точечный источник)
  - ▷ Немедленная потеря когерентности
  - ▷ Нет осцилляций флэйвора
- ▶ Когерентность и интерференция теряются при  $L > L^{\text{coh}}$  для  $\mathcal{D} \neq 0, \infty$ 
  - ▷ Нейтрино от далеких астрофизических источников некогерентны (при любых разумных предположениях о величинах  $\sigma_p$ ).

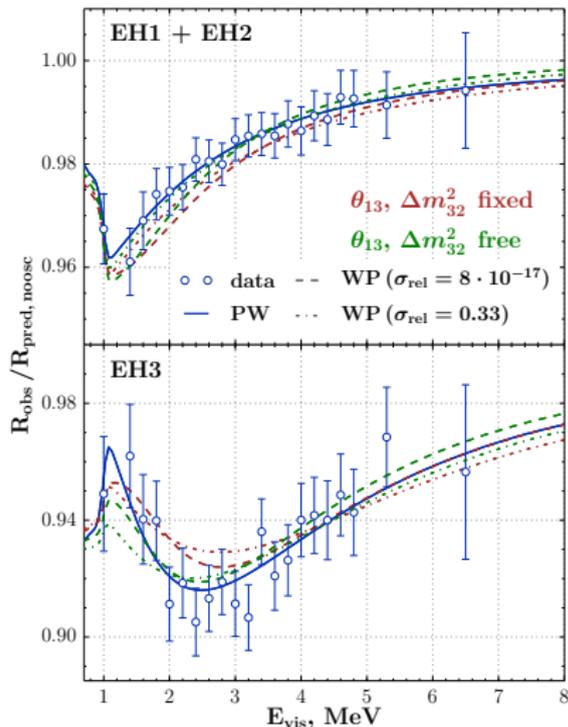
- ▶ Нейтрино рождаются когерентными когда  $\mathcal{D} \gg \Delta E_{ij}$  как в эксперименте с двойной щелью
- ▶ Заряженные лептоны не осциллируют потому что  $\mathcal{D} \ll \Delta E_{\alpha\beta}$  (см. также E.Akhmedov, JHEP 0709 (2007) 116 )



Потеря когерентности может быть важна для будущих экспериментов (Пример: ожидаемый спектр в эксперименте JUNO)



- ▶ Вероятность осцилляций в модели волнового пакета зависит от  $\sigma_{\text{rel}} = \mathcal{D}/E_\nu$
- ▶ Оценки осцилляционных параметров в моделях волнового пакета и плосковолновой модели могут отличаться



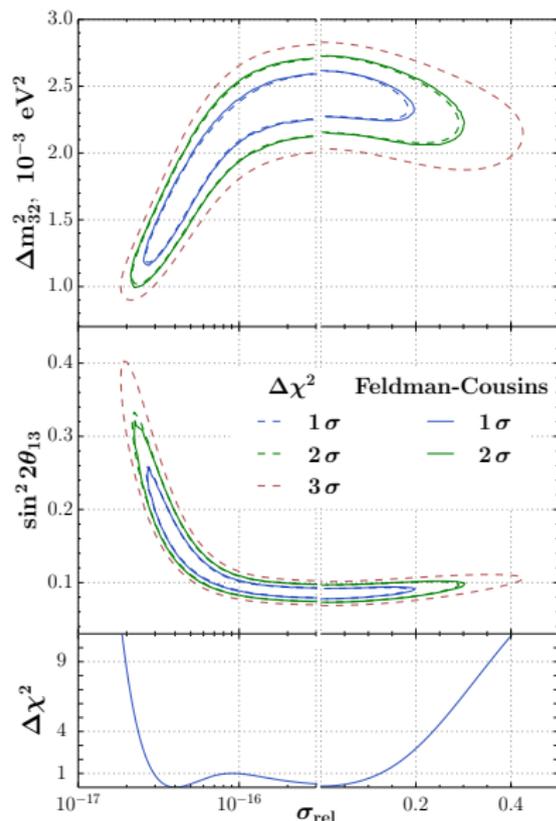
► Полученные пределы

$$2.38 \cdot 10^{-17} < \sigma_{\text{rel}} < 0.23$$

► с учетом размеров реактора/детектора:

$$10^{-11} \text{ cm} \lesssim \sigma_x \lesssim 2m.$$

► Эти результаты обеспечивают несмещенную оценку  $\sin^2 2\theta_{13}$  и  $\Delta m_{32}^2$  в плосковолновой модели



## Реактор как источник $\bar{\nu}_e$ :

### ▶ Интенсивный:

▷  $\sim 10^{20} \bar{\nu}_e/s/GW_{th}$ .

▷  $\sim 6\bar{\nu}_e$  на деление

### ▶ Один флэйвор: $\bar{\nu}_e$

### ▶ Бесплатно

## Детектирование:

### ▶ Реакция обратного

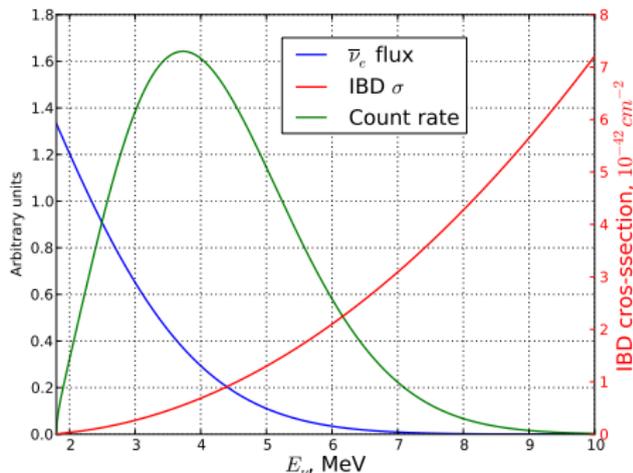
$\beta$ -распада (IBD)



## Осцилляции

▷ Эффект вещества пренебрежим

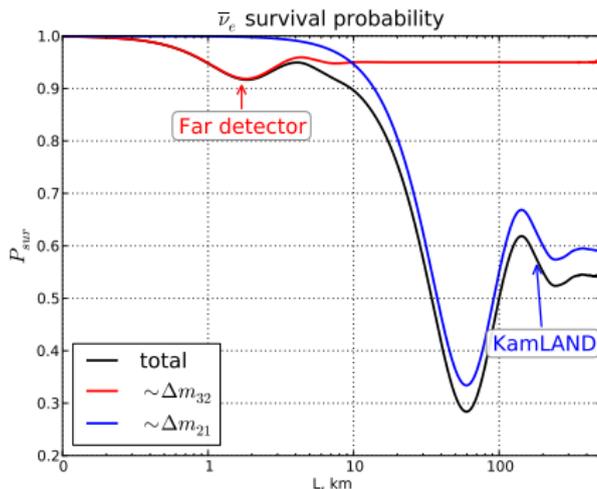
▷ Нет зависимости от  $\delta_{CP}$



Измерение  $\theta_{13}$ ,  $\Delta m_{32}^2$  и ковариантная квантово-полевая теория нейтринных осцилляций.

└ Измерение  $\theta_{13}$  и  $\Delta m_{32}^2$  в эксперименте Daya Bay

└ Антинейтрино от реактора



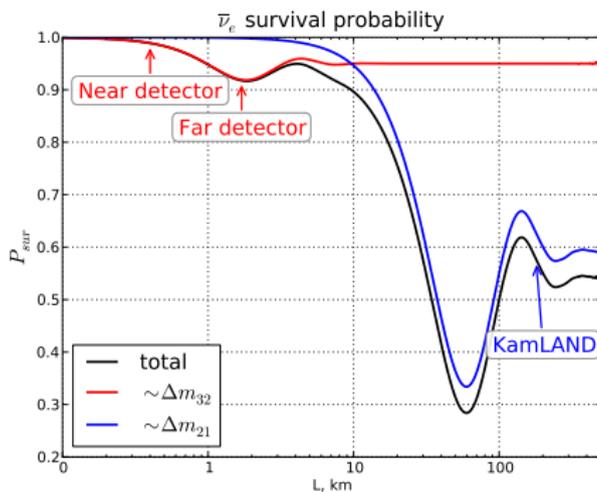
$$P_{dis} = \sin^2 2\theta_{13} \left( \sin^2 \theta_{12} \sin^2 \Delta_{32} + \cos^2 \theta_{12} \sin^2 \Delta_{31} \right) + \cos^4 \theta_{13} \sin^2 2\theta_{12} \sin^2 \Delta_{21}$$

$$\Delta_{jk} = 1267 \cdot \frac{\Delta m_{jk}^2}{\text{eV}^2} \frac{L}{E} \left[ \frac{\text{MeV}}{\text{km}} \right]$$

Измерение  $\theta_{13}$ ,  $\Delta m_{32}^2$  и ковариантная квантово-полевая теория нейтринных осцилляций.

└ Измерение  $\theta_{13}$  и  $\Delta m_{32}^2$  в эксперименте Daya Bay

└ Антинейтрино от реактора



$$\frac{N_f}{N_n} = \left( \frac{N_{p,f}}{N_{p,n}} \right) \left( \frac{L_n}{L_f} \right)^2 \left( \frac{\epsilon_f}{\epsilon_n} \right) \left( \frac{P_{\nu_e \rightarrow \nu_e}(E, L_f)}{P_{\nu_e \rightarrow \nu_e}(E, L_n)} \right)$$

Измерение  $\theta_{13}$ ,  $\Delta m_{32}^2$  и ковариантная квантово-полевая теория нейтринных осцилляций.

└ Измерение  $\theta_{13}$  и  $\Delta m_{32}^2$  в эксперименте Daya Bay

└ Эксперимент Daya Bay

## Daya Bay collaboration



Asia (23):

Beijing Normal Univ., CGNPG, CIAE, Chinese Univ. of Hong Kong, Chongqing Univ., Dongguan Polytech., ECUST, IHEP, NCEPU, NUDT, Nanjing Univ., Nankai Univ., National Chiao Tung Univ., National Taiwan Univ., National United Univ., Shandong Univ., Shanghai Jiao Tong Univ., Shenzhen Univ., Tsinghua Univ., USTC, Univ. of Hong Kong, Xi'an Jiaotong Univ., Zhongshan Univ.

Europe (2) and South America (1):

Charles University, **Joint Institute for Nuclear Research**, Catholic Univ. of Chile.

North America (16):

Brookhaven Natl Lab, Illinois Institute of Technology, Iowa State, Lawrence Berkeley Natl Lab, Princeton, Rensselaer Polytech., Sienna College, Temple Univ., UC Berkeley, Univ. of Cincinnati, Univ. of Houston, UIUC, Univ. Wisconsin, Virginia Tech, William & Mary, Yale.

Измерение  $\theta_{13}$ ,  $\Delta m_{32}^2$  и ковариантная квантово-полевая теория нейтринных осцилляций.

└ Измерение  $\theta_{13}$  и  $\Delta m_{32}^2$  в эксперименте Daya Bay

└ Эксперимент Daya Bay



Измерение  $\theta_{13}$ ,  $\Delta m_{32}^2$  и ковариантная квантово-полевая теория нейтринных осцилляций.

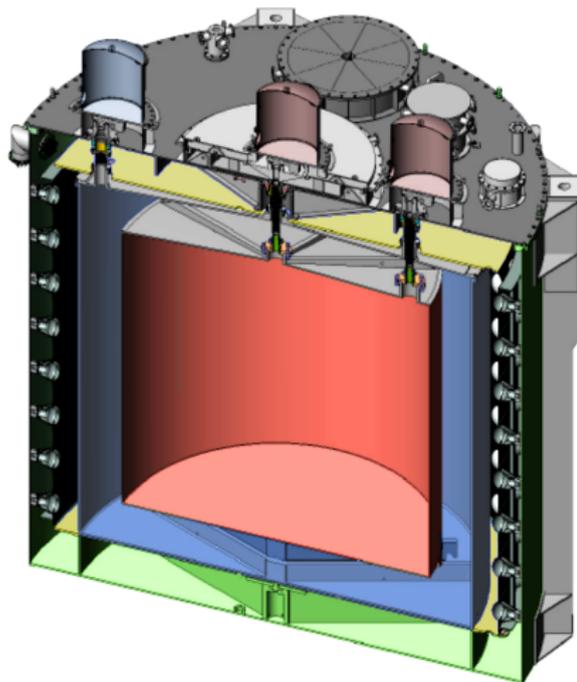
└ Измерение  $\theta_{13}$  и  $\Delta m_{32}^2$  в эксперименте Daya Bay

└ Эксперимент Daya Bay

# Антинейтринный детектор

3-зонный антинейтринный детектор:

Внутренняя зона	20 t	Gd-ЖС
Средняя зона	20 t	ЖС
Внешняя зона	40 t	Минеральное масло



# Антинейтринный детектор

3-зонный антинейтринный детектор:

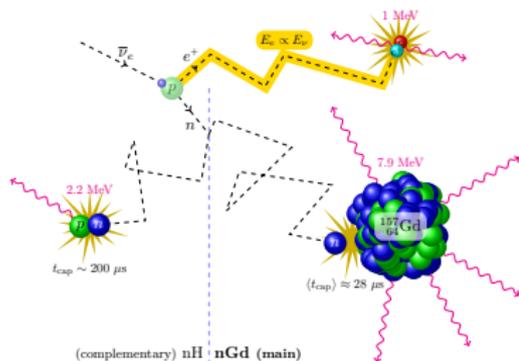
Внутренняя зона	20 t	Gd-ЖС
Средняя зона	20 t	ЖС
Внешняя зона	40 t	Минеральное масло

Внутренняя зона:

- ▶ Мишень  $\bar{\nu}_e$ .
- ▶ Задаёт довер. объём.
- ▶ Содержится внутри акриловой емкости.

Обратный  $\beta$ -распад:

- ▶  $\bar{\nu}_e + p \rightarrow e^+ + n$
- ▶  $e^+ + e^- \rightarrow 2\gamma$
- ▶  $n + Gd \rightarrow Gd + \sum \gamma$  (8 MeV)
- ▶ Первичная энергия  $\approx E_\nu - 0.8\text{MeV}$
- ▶ Задержанная энергия:  $\sim 8\text{ MeV}$



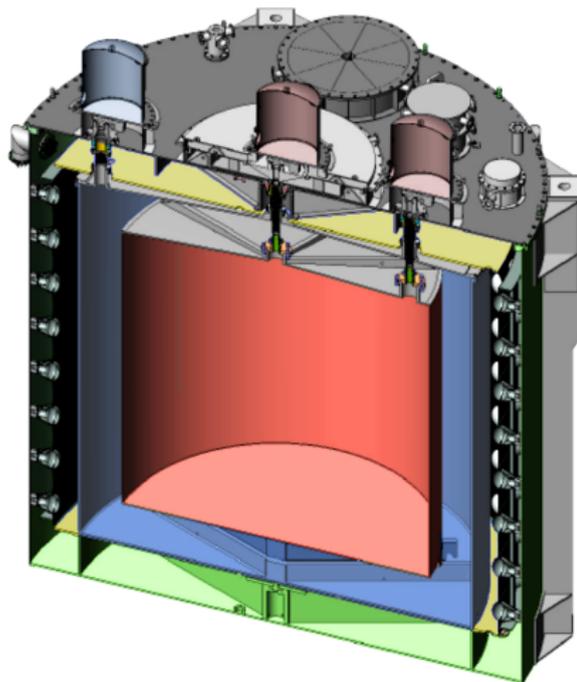
# Антинейтринный детектор

3-зонный антинейтринный детектор:

Внутренняя зона	20 t	Gd-ЖС
Средняя зона	20 t	ЖС
Внешняя зона	40 t	Минеральное масло

Средняя зона:

- ▶  $\gamma$ -захватчик.
- ▶ конвертирует  $\gamma$  из  $\bar{\nu}_e$  вз-й во внутреннем объеме.
- ▶ Содержится внутри акриловой емкости.



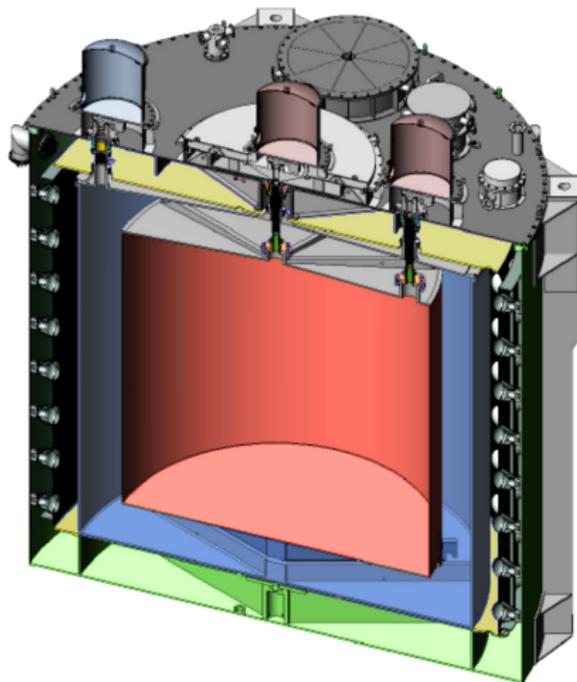
# Антинейтринный детектор

3-зонный антинейтринный детектор:

Внутренняя зона	20 t	Gd-ЖС
Средняя зона	20 t	ЖС
Внешняя зона	40 t	Минеральное масло

Внешняя зона:

- ▶ Буфер от фона.
- ▶ Подавляет внешнюю радиоактивность (от ФЭУ, стали).
- ▶ Подавляет сцинтилляцию во внешней зоне.

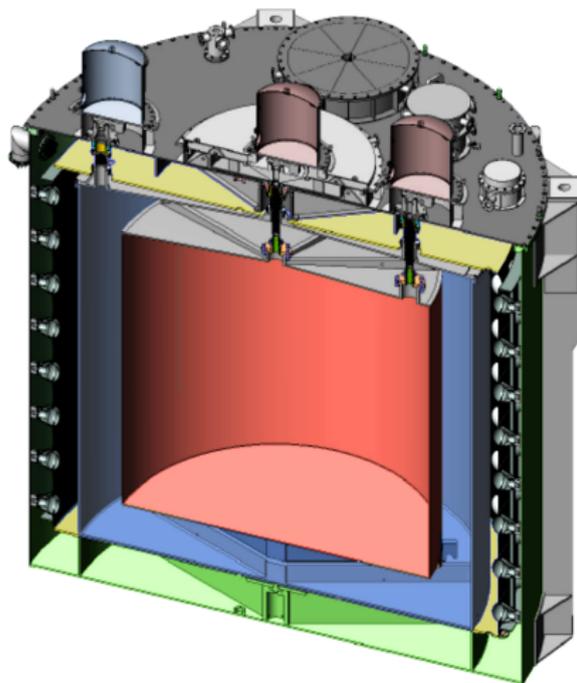


# Антинейтронный детектор

3-зонный антинейтронный детектор:

Внутренняя зона	20 t	Gd-ЖС
Средняя зона	20 t	ЖС
Внешняя зона	40 t	Минеральное масло
ФЭУ	192	8" Hamamatsu
Защита		Acryl
Калиб. ФЭУ	6	2" Hamamatsu
Отражатель	2	ESR film
АСУ	3	

- ▶  $\sim 163$  р. е./MeV.
- ▶ Разрешение энергии:  $(7.5/\sqrt{E} + 0.9)\%$ .



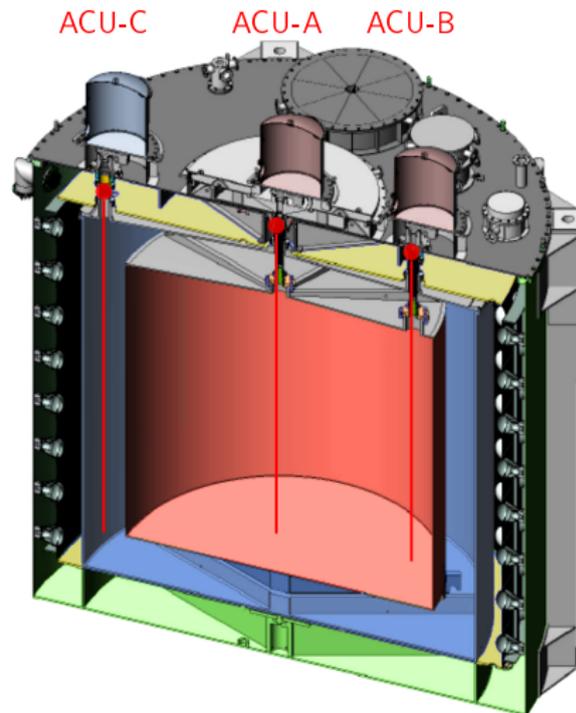
## Калибровка

Три автоматические калибровочные станции:

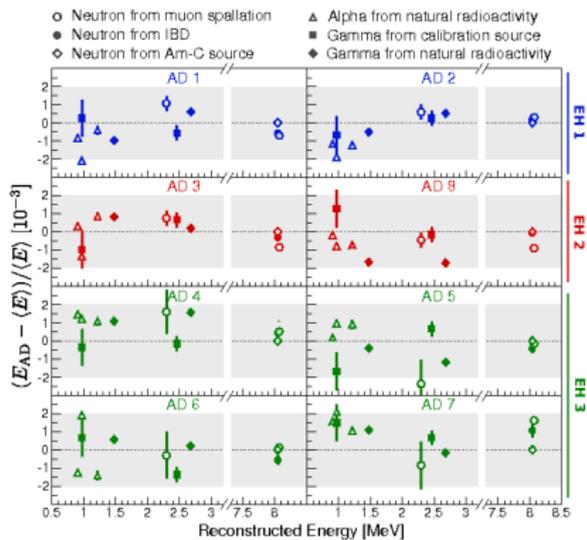
- ▶ Центр мишени (ACU-A):  
неоднородность, non-uniformity,  
энергетическая шкала, нелинейность.
- ▶ Край мишени (ACU-B):  
неоднородность, эффективность.
- ▶ Гамма захватчик (ACU-C):  
неоднородность, эффективность.

ACU оборудование:

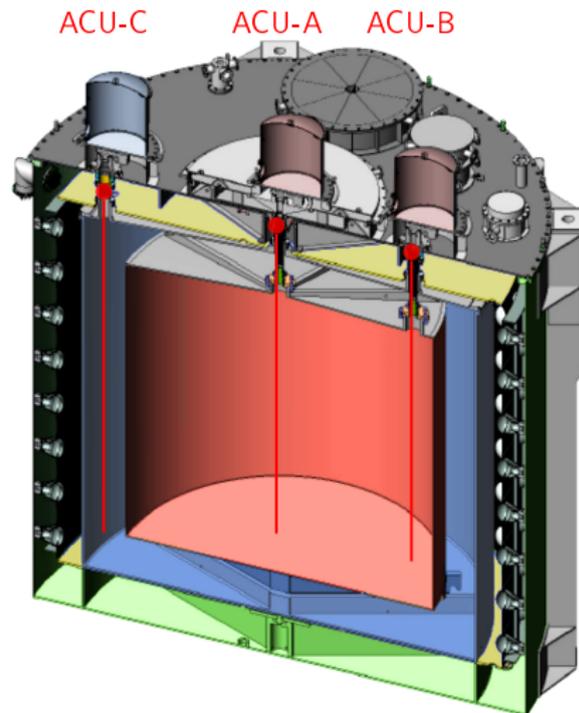
- ▶ Светодиод:  
Время ФЭУ, усиление и относит. QE.
- ▶  $^{241}\text{Am}$ - $^{13}\text{C}$  нейтронный источник:  
время захвата нейтрона.
- ▶  $^{68}\text{Ge}$   $\gamma$  источник ( $2 \times 511 \text{ keV}$ ):  
энергетический порог, нелинейность.
- ▶  $^{60}\text{Co}$   $\gamma$  source ( $1.17 + 1.33 \text{ MeV}$ ):  
энергетическая шкала и отклик.



# Калибровка

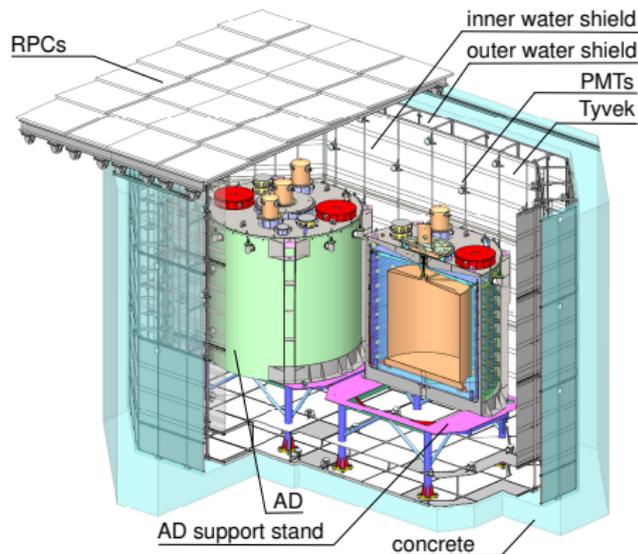


Относительная неопределенность энергетической шкалы в  $p\text{Gd}$  анализе: 0.2%



## Мюонная вето система

- ▶ Водный бассейн:
  - ▶ Защита от внешней радиоактивности и космогенного фона.
  - ▶ Черенковский мюонный трекер.
  - ▶ 288 8' ФЭУ в каждом ближнем холле.
  - ▶ 384 8' ФЭУ в дальнем холле.
  - ▶ Внешняя водная защита (1 м).
  - ▶ Внутренняя водная защита (>2.5 м).
- ▶ 4-слойное вето из РПК:
  - ▶ Мюонный трекер.
  - ▶ 54 модуля в каждом ближнем холле.
  - ▶ 81 модуля в каждом дальнем холле.
- ▶ Требуемая эффективность 99.5% с неопределенность < 0.25%.

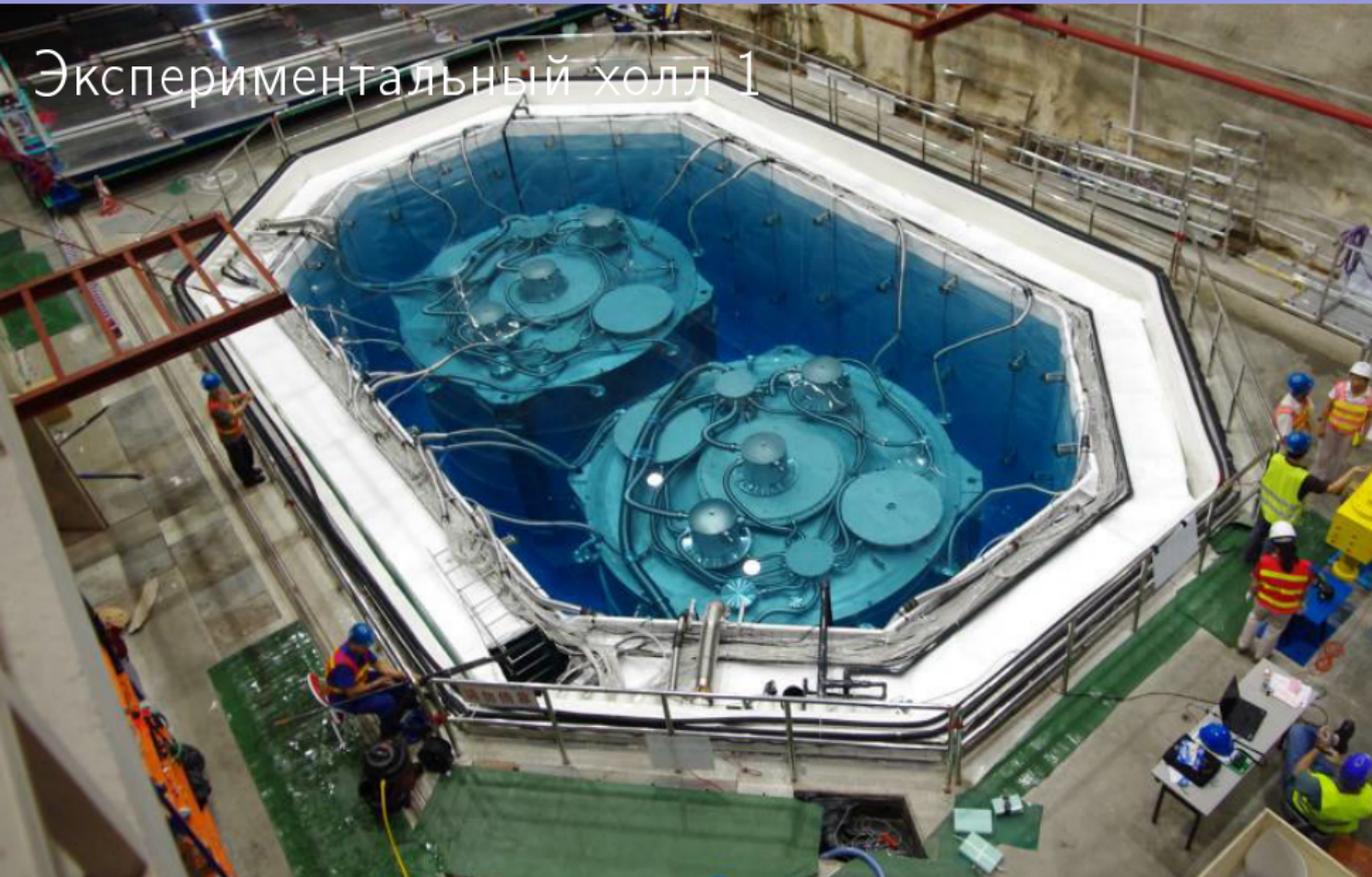


Измерение  $\theta_{13}$  и  $\Delta m_{32}^2$  в рамках теории квантово-полевой теории нейтринных осцилляций.

└ Измерение  $\theta_{13}$  и  $\Delta m_{32}^2$  в эксперименте Daya Bay

└ Эксперимент Daya Bay

# Экспериментальный холл 1



Измерение  $\theta_{13}$ ,  $\Delta m_{32}^2$  и ковариантная квантово-полевая теория нейтринных осцилляций.

└ Измерение  $\theta_{13}$  и  $\Delta m_{32}^2$  в эксперименте Daya Bay

└ Эксперимент Daya Bay

## Экспериментальный холл 3

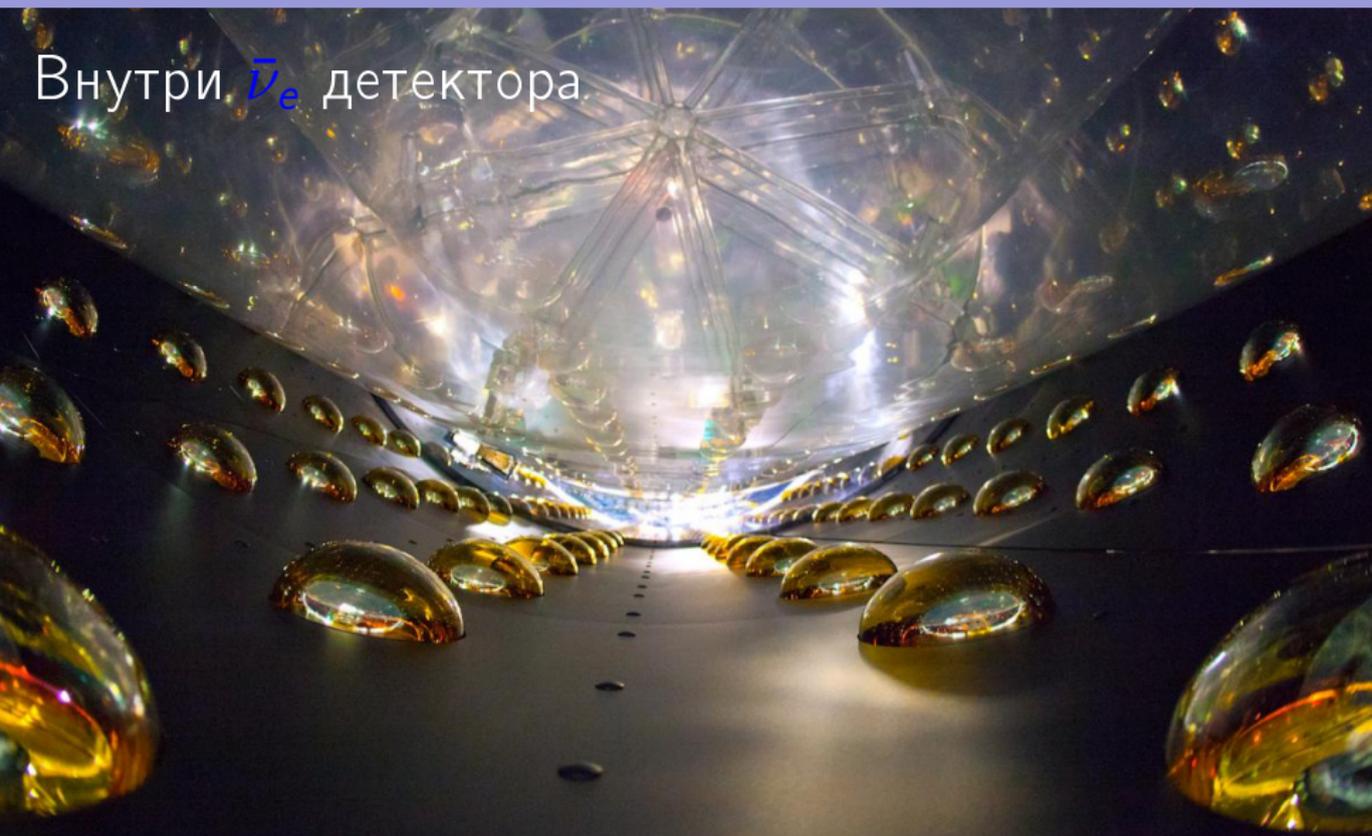


Измерение  $\theta_{13}$ ,  $\Delta m_{32}^2$  и ковариантная квантово-полевая теория нейтринных осцилляций

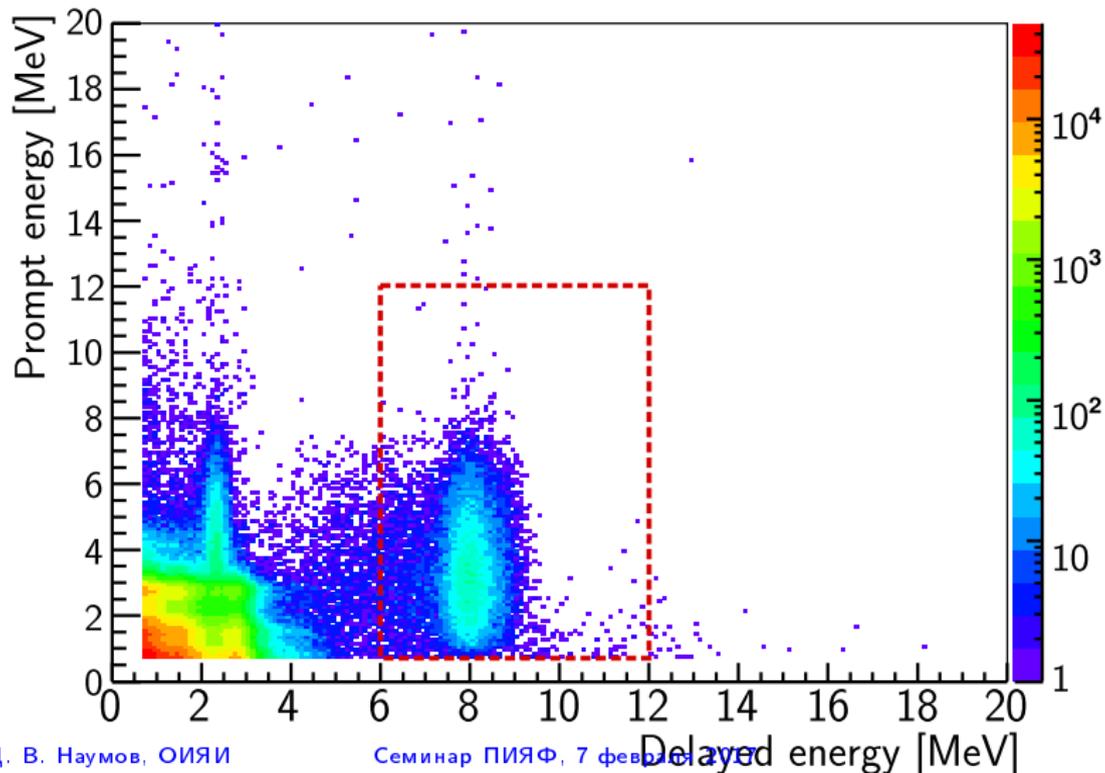
└ Измерение  $\theta_{13}$ ,  $\Delta m_{32}^2$  в эксперименте Daya Bay

└ Эксперимент Daya Bay

Внутри  $\bar{\nu}_e$  детектора



## Оценка фона



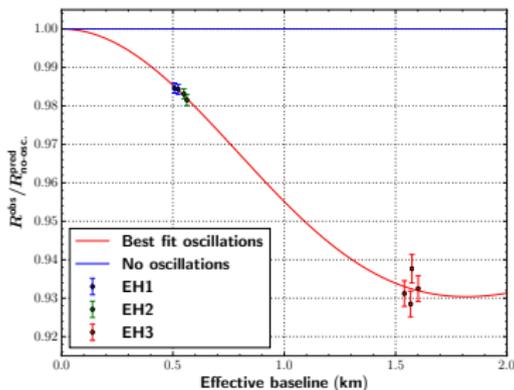
## Оценка фона

	Ближние холлы	Дальний холл	Неопр.	Метод оценки
	B/S, %	B/S, %		
Случайные совпадения	1.4	2.3	$\sim 1\%$	Некоррелированные сигналы
${}^9\text{Li}/{}^8\text{He}$	0.4	0.4	50%	Измерено с событиями после $\mu$
Быстрые нейтроны	0.1	0.1	50%	Измерено с таггированными $\mu$
${}^{241}\text{Am}-{}^{13}\text{C}$	0.03	0.2	50%	МС, проверенное на одиночных $\gamma$ и интенсивном источнике ${}^{241}\text{Am}-{}^{13}\text{C}$
${}^{13}\text{C}(\alpha, n){}^{16}\text{O}$	0.01	0.1	50%	Вычислено из измеренной радиоактивности

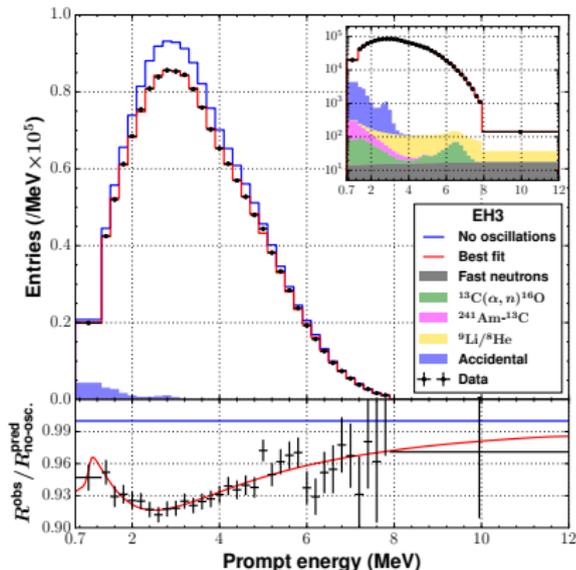
# Эффективность регистрации антинейтрино

Критерий отбора	$\varepsilon$	$\delta\varepsilon_{\text{corr}}$	$\delta\varepsilon_{\text{uncorr}}$
Вспышки ФЭУ	99.98%	0.01%	0.01%
Энергия задержанного сигнала	92.7%	0.97%	0.08%
Энергия первичного сигнала	99.8%	0.10%	0.01%
Множественность		0.02%	0.01%
Время захвата нейтрона	98.7%	0.12%	0.01%
Оценка	$\varepsilon$	$\delta\varepsilon_{\text{corr}}$	$\delta\varepsilon_{\text{uncorr}}$
Протоны мишени	-	0.92%	0.03%
Доля захватов на гадолинии	84.2%	0.95%	0.10%
Нейтроны, рожденные вне ЖС, но захваченные в ЖС	104.9%	1.00%	0.02%
Живое время набора данных	-	0.002%	0.01%
<b>Итого</b>	<b>80.6%</b>	<b>1.93%</b>	<b>0.13%</b>

Таблица: Краткая сводка оценок эффективностей ( $\varepsilon$ ) и их относительных коррелированных ( $\delta\varepsilon_{\text{corr}}$ ) и некоррелированных ( $\delta\varepsilon_{\text{uncorr}}$ ) неопределенностей между детекторами.



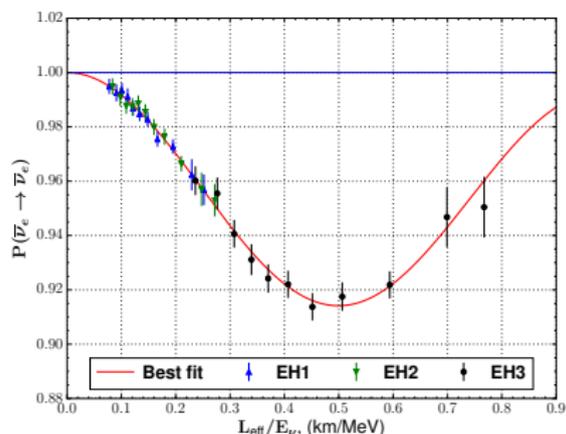
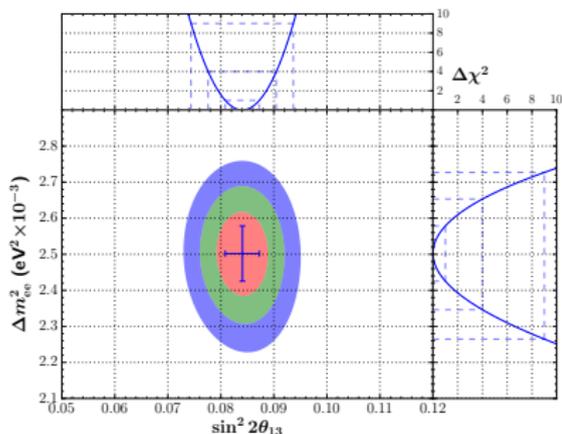
Дефицит числа событий и относительное изменение спектра согласуются с осцилляциями нейтрино.



Измерение  $\theta_{13}$ ,  $\Delta m_{32}^2$  и ковариантная квантово-полевая теория нейтринных осцилляций.

└ Измерение  $\theta_{13}$  и  $\Delta m_{32}^2$  в эксперименте Daya Bay

└ Результаты осцилляционного анализа



$$\sin^2 2\theta_{13} = (8.41 \pm 0.27(\text{stat.}) \pm 0.19(\text{syst.})) \times 10^{-2}$$

$$|\Delta m_{ee}^2| = (2.50 \pm 0.06(\text{stat.}) \pm 0.06(\text{syst.})) \times 10^{-3} \text{ eV}^2$$

$$\chi^2/\text{NDF} = 234.7/263$$

- ▶ Наиболее точное измерение  $\sin^2 2\theta_{13}$ . Отличие от нуля  $> 25\sigma$

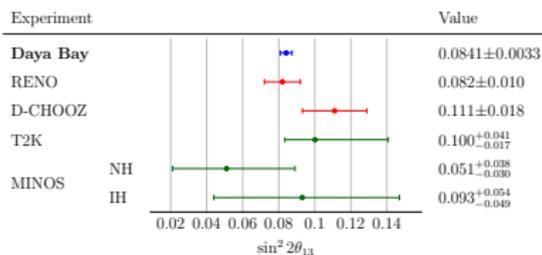
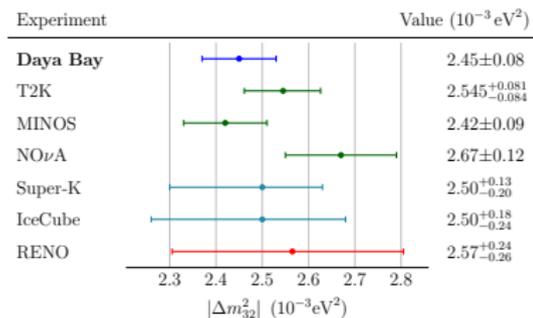
- ▶ Наиболее точное измерение  $\Delta m_{ee}^2$

- ▶ Нормальная иерархия:

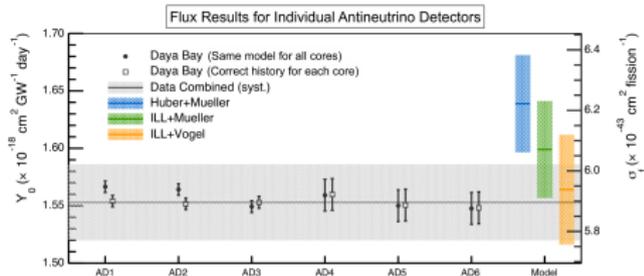
$$\Delta m_{32}^2 = (2.45 \pm 0.06(\text{stat.}) \pm 0.06(\text{syst.})) \times 10^{-3} \text{ eV}^2$$

- ▶ Обратная иерархия:

$$\Delta m_{32}^2 = (-2.56 \pm 0.06(\text{stat.}) \pm 0.06(\text{syst.})) \times 10^{-3} \text{ eV}^2$$



- ▶ 217 дней набора данных (6AD период)
- ▶ Результаты согласуются в разных детекторах
- ▶ Результат согласуется с мировым средним
- ▶ Daya Bay согласуется с аномалией



Huber+Mueller

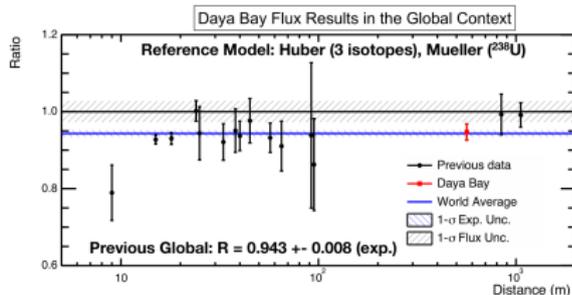
Данные/модель:  $0.946 \pm 0.022$

ILL+Vogel

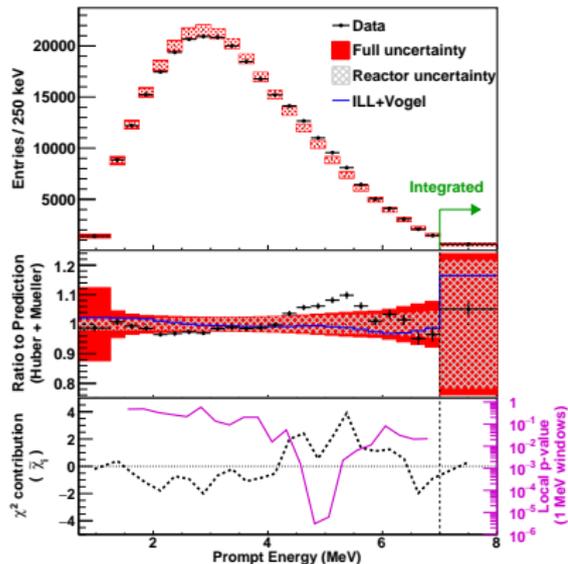
Данные/модель:  $0.991 \pm 0.023$

Huber+Mueller (global)

Данные/модель:  
 $0.943 \pm 0.008$  (exp)  $\pm 0.025$  (model)

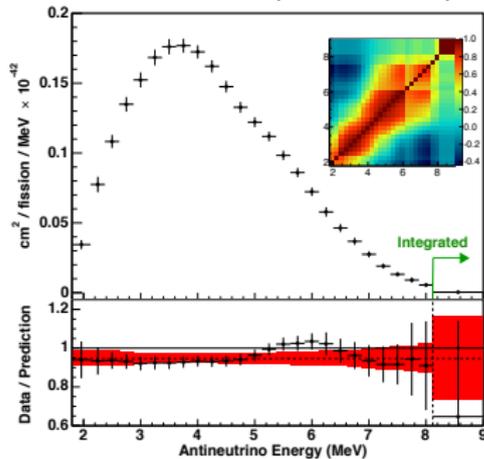


## Наблюдаемый спектр позитронов

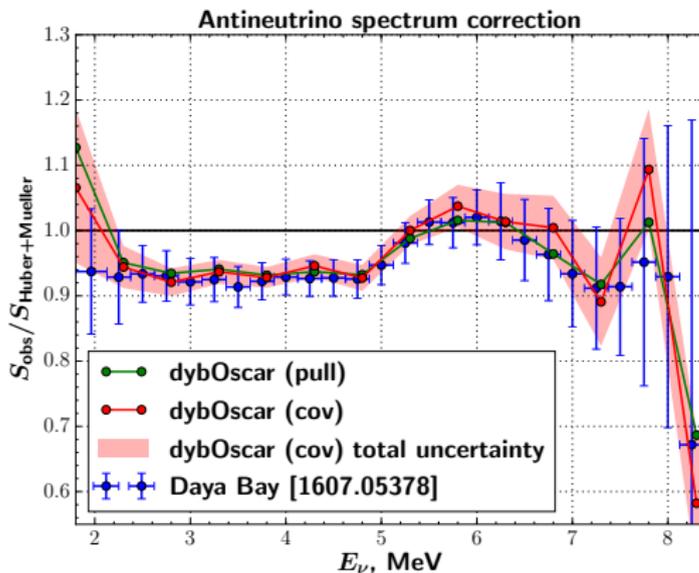


- ▶ Пик в области 5–6 MeV.
- ▶ Согласие с другими экспериментами.
- ▶ Наблюдается для Huber+Mueller/ILL+Vogel моделей.

## Извлеченный спектр антинейтрино



- ▶ Глобальная значимость:  $2.6\sigma$ .
- ▶ Локальная значимость:  $4\sigma$ .



- ▶ Форма спектра подгоняется совместно с осц. параметрами. Хорошее согласие со спец. анализом.
- ▶ Корреляция спектральных и осц. параметров пренебрежима мала.

▶ **Предмет исследования:**

Смешивание лептонов

▶ **Объект исследования:**

Осцилляции нейтрино

▶ **Цель:**

Разработка квантово-полевой теории нейтринных осцилляций в модели релятивистского волнового пакета, прецизионное измерение  $\sin^2 2\theta_{13}$  и  $\Delta m_{32}^2$  в эксперименте Daya Bay.

▶ **Актуальность:**

- ▶ Величина угла смешивания  $\theta_{13}$  была неизвестна до 2012
- ▶ Плосковолновая теория нейтринных осцилляций неполна и не самосогласованна

1. Разработка теории релятивистского волнового пакета. Исследование свойств релятивистского волнового пакета. Вычисление сечения рассеяния релятивистских волновых пакетов в квантовой теории поля.
2. Доказательство того, что пространственная дисперсия волнового пакета в плоскости, перпендикулярной направлению его движения, приводит к подавлению вида  $1/4\pi|x|^2$  плотности потока, проинтегрированного по времени, на расстоянии  $|x|$  от источника рождения волнового пакета.

3. Вычисление вероятности процесса, нарушающего лептонное число, с релятивистскими волновыми пакетами, соответствующими частицам в начальном и конечном состояниях, нейтрино в виртуальном состоянии, источником и детектором нейтрино, разделенными макроскопическим расстоянием.
4. Разработка метода макроскопического усреднения квантово-полевой вероятности процесса с участием волновых пакетов.
5. Вычисление формулы для вероятности осцилляций нейтрино в модели релятивистского волнового пакета с учетом пространственной дисперсии эффективного волнового пакета нейтрино и конечных интервалов активности “источника” и “детектора”.

6. Разработка методики измерения осцилляционных параметров в реакторном эксперименте и создание комплекса компьютерных программ анализа экспериментальных данных эксперимента Daya Bay.
7. Измерение параметра смешивания нейтрино  $\sin^2 2\theta_{13}$ .
8. Измерение разницы квадратов масс  $\Delta m_{32}^2$ .
9. Измерение энергетического спектра реакторных антинейтрино.

Основные результаты по теме диссертации изложены в 22 печатных изданиях, 18 из которых изданы в журналах, рекомендованных ВАК, 3 – в тезисах докладов, 1 – в архиве.

[1] F. P. An et al.

Independent measurement of the neutrino mixing angle  $\theta_{13}$  via neutron capture on hydrogen at Daya Bay.

*Phys. Rev.*, D90(7):071101, 2014.

[2] F. P. An et al.

New Measurement of Antineutrino Oscillation with the Full Detector Configuration at Daya Bay.

*Phys. Rev. Lett.*, 115(11):111802, 2015.

- [3] F. P. An et al.  
The muon system of the Daya Bay Reactor antineutrino experiment.  
*Nucl. Instrum. Meth.*, A773:8–20, 2015.
- [4] F. P. An et al.  
New measurement of  $\theta_{13}$  via neutron capture on hydrogen at Daya Bay.  
*Phys. Rev.*, D93:072011, 2016.
- [5] F. P. An et al.  
The Detector System of The Daya Bay Reactor Neutrino Experiment.  
*Nucl. Instrum. Meth.*, A811:133–161, 2016.

- [6] Feng Peng An et al.  
Improved Measurement of the Reactor Antineutrino Flux and Spectrum at Daya Bay.  
2016.
- [7] Feng Peng An et al.  
Measurement of electron antineutrino oscillation based on 1230 days of operation of the Daya Bay experiment.  
2016.
- [8] Feng Peng An et al.  
Measurement of the Reactor Antineutrino Flux and Spectrum at Daya Bay.  
*Phys. Rev. Lett.*, 116(6):061801, 2016.

- [9] F.P. An et al.  
Improved Measurement of Electron Antineutrino  
Disappearance at Daya Bay.  
*Chin.Phys.*, C37:011001, 2013.
- [10] F.P. An et al.  
Spectral measurement of electron antineutrino oscillation  
amplitude and frequency at Daya Bay.  
*Phys.Rev.Lett.*, 112:061801, 2014.
- [11] V. A. Bednyakov, D. V. Naumov, and O. Yu Smirnov.  
Neutrino physics and JINR.  
*Phys. Usp.*, 59(3):225–253, 2016.

- [12] An F.P. et al.  
A side-by-side comparison of Daya Bay antineutrino detectors.  
*Nuclear Inst. and Methods in Physics Research*, A  
685:78–97, 2012.
- [13] An F.P. et al.  
Observation of electron-antineutrino disappearance at Daya Bay.  
*Phys.Rev.Lett.*, 108:171803, 2012.
- [14] Xinheng Guo et al.  
A Precision measurement of the neutrino mixing angle  $\theta_{13}$  using reactor antineutrinos at Daya-Bay.  
2007.

- [15] Dmitry V. Naumov.  
Recent results from Daya Bay experiment.  
*EPJ Web Conf.*, 95:04043, 2015.
- [16] Dmitry V. Naumov.  
Neutrino physics program at the jinr.  
In *Proc. of the 4th South Africa - JINR Symposium. Few to Many Body Systems: Models, Methods and Applications*, edited by F. Simkovic and conveners of session, 2016.
- [17] Dmitry V. Naumov and Vadim A. Naumov.  
Relativistic wave packets in a field theoretical approach to neutrino oscillations.  
*Russ.Phys.J.*, 53:549–574, 2010.

- [18] D.V. Naumov.  
Introduction to neutrino physics.  
*Phys.Part.Nucl.Lett.*, 8:717–742, 2011.
- [19] D.V. Naumov.  
A short review of most interesting recent results in  
neutrino physics.  
*Phys.Part.Nucl.Lett.*, 9:691–695, 2012.
- [20] D.V. Naumov.  
On the theory of wave packets.  
*Phys.Part.Nucl.Lett.*, 10:642–650, 2013.
- [21] D.V. Naumov and V.A. Naumov.  
A Diagrammatic treatment of neutrino oscillations.  
*J.Phys.G*, G37:105014, 2010.

- [22] K.V. Tsang, F.P. An, Q. An, J.Z. Bai, A.B. Balantekin, et al.  
Results from the Daya Bay Reactor Neutrino Experiment.  
*Nucl.Phys.Proc.Suppl.*, 246-247:18–22, 2014.

Основные результаты работы докладывались на международных конференциях:

1. **Latest Results from the Daya Bay Reactor Neutrino Experiment** . New Trends in High-Energy Physics, 2-8 October 2016, Budva, Becici, Montenegro (пленарный доклад);
2. **Neutrino Physics with Nuclear Reactors**. QUARKS-2016 19th International Seminar on High Energy Physics, Pushkin, Russia, 29 May - 4 June, 2016 (пленарный доклад);
3. **Neutrino Physics with Nuclear Reactors**. Международная Сессия-конференция Секции ядерной физики ОФН РАН, 12 - 15 апреля, 2016, ОИЯИ, Дубна (пленарный доклад);

4. **Neutrino Oscillations in QFT with relativistic wave packets.** Международная Сессия-конференция Секции ядерной физики ОФН РАН, 12 - 15 апреля, 2016, ОИЯИ, Дубна (доклад на параллельной сессии);
5. **Neutrino Physics program at the JINR.** 4th SOUTH AFRICA - JINR SYMPOSIUM. Few to Many Body Systems: Models and Methods and Applications, September 21-25, 2015, JINR Dubna, Moscow region, Russia (пленарный доклад);
6. **Neutrino results from reactor experiments: present and future.** XXI DAE-BRNS High Energy Physics Symposium, December 12 2014, Guwahati, India (пленарный доклад);

7. **Recent results from Daya Bay experiment.** 3rd International Conference on New Frontiers in Physics (ICNFP 2014): Kolymbari, Crete, Greece, July 28-August 6, 2014 (доклад на параллельной сессии);
8. **Neutrino mixing: status and perspectives.** NANPino 2013, 26/06/2013 (пленарный доклад);
9. **Recent results in neutrino physics.** Odessa, August 22-28 2011, Gamov Conference on astronomy and beyond (пленарный доклад);
10. **Vacuum neutrino oscillations with relativistic wave packets in quantum field theory.** Baksan School, May 26-June 2 2011 (пленарный доклад);

11. **Outlook of neutrino physics today.** APCTP-BLTP JINR Joint workshop, May 16-19 2011 (пленарный доклад);
12. **Quantum Field Theory of Neutrino Oscillations in Vacuum and Matter,** XXX workshop Neutrino at accelerators, Dubna, January 25 2008 (пленарный доклад);

и семинарах:

1. **Neutrino mixing: status and perspectives,** 08/02/2013, ОИЯИ, Дубна, РФ;
2. **Phenomenon of neutrino mixing: current status of research,** 18/01/2013, ИЯИ, Москва, РФ;
3. **Precise measurement of the Daya Bay experiment,** 20/12/2012, ОИЯИ, Дубна, РФ;

4. Measurement of neutrino mixing angle in Daya Bay experiment, 14/03/2014, ОИЯИ, Дубна, РФ;
5. Физика нейтрино: статус и перспективы, 3/08/2012, ИЯФ, Новосибирск, РФ;
6. Neutrino oscillations within QFT with relativistic wave packets, 21/11/2011, Брюссель, Бельгия;
7. Осцилляции нейтрино в рамках квантовой теории поля с релятивистскими волновыми пакетами, 24/02/2011, ОИЯИ, Дубна, РФ;
8. Физика нейтрино, 11/06/2010, ОИЯИ, Дубна, РФ;
9. Neutrino oscillations within QFT with relativistic wave packets, 09/11/2010, Университет г.Льеж, Бельгия;

10. **Neutrino oscillations within QFT with relativistic wave packets**, 05/11/2010, ИНФН, Гран-Сассо, Италия;
11. **Quantum Field Theory of Neutrino Oscillations in Vacuum and Matter**, 16/03/2009, Университет Южной Каролины, США;
12. **Quantum Field Theory of Neutrino Oscillations in Vacuum and Matter**, 06/02/2009, Кеплеровский коллоквиум университета г.Тюбингена, Германия;
13. **Quantum Field Theory of Neutrino Oscillations in Vacuum and Matter**, 09/02/2009, университет г.Бохум, Германия.

1. Впервые разработана теория релятивистского волнового пакета.
2. Разработанная теория применена для вычисления сечения рассеяния релятивистских волновых пакетов в квантовой теории поля.
3. Вычислена вероятность процесса, нарушающего лептонное число, с релятивистскими волновыми пакетами, соответствующими частицам в начальном и конечном состоянии, нейтрино в виртуальном состоянии, источником и детектором нейтрино, разделенными макроскопическим расстоянием.

4. Впервые получена формула для вероятности осцилляций нейтрино в модели релятивистского волнового пакета с учетом пространственной дисперсии эффективного волнового пакета нейтрино и конечных интервалов активности “источника” и “детектора”.
5. Впервые измерено отличное от нуля значение  $\sin^2 2\theta_{13}$  в эксперименте Daya Bay на уровне достоверности, превышающем 25 стандартных отклонений.
6. Впервые достигнута рекордная точность измерения  $\sin^2 2\theta_{13}$  и  $\Delta m_{32}^2$ .

1. Разработанная теория релятивистского волнового пакета может быть применена для исследования фазы матричного элемента в столкновениях пучков частиц; для измерения волновой функции сталкивающихся частиц; для исследования осцилляций нейтрино, рожденных в ускорителях частиц, в реакторах, в атмосфере и в других источниках и для других исследований.
2. Полученная общая формула для вероятности осцилляций нейтрино может применяться при анализе экспериментальных данных с источниками нейтрино.

3. Обнаруженное ненулевое значение  $\sin^2 2\theta_{13}$  открыло путь к измерению иерархии масс нейтрино и фазы, ответственной за нарушение CP-инвариантности, что используется в ряде экспериментов (T2K, NO $\nu$ A) и при подготовке новых экспериментов (JUNO, RENO-50, T2HK, DUNE и др.).
4. Прецизионные измерения  $\sin^2 2\theta_{13}$  и  $\Delta m_{32}^2$  уменьшают систематическую неопределенность в определении иерархии масс нейтрино и параметра лептонной матрицы смешивания – фазы  $\delta$ , ответственной за нарушение CP-инвариантности.

- ▶ **“Breakthrough Prize in Fundamental Physics 2016”**
- ▶ **“Первая Премия ОИЯИ”** за цикл работ по эксперименту Daya Bay (2012)
- ▶ **“Вторая Премия ОИЯИ”** за цикл работ по эксперименту NOMAD (2001)
- ▶ **“Первая Премия ОИЯИ”** за цикл работ по эксперименту NOMAD (2001)
- ▶ **“Первая Премия ЛЯП ОИЯИ”** за работы по эксперименту NOMAD (2000, 2001, 2006)
- ▶ **“Вторая Премия ЛЯП ОИЯИ”** за работы по эксперименту NOMAD (2004)

Согласно INSPIRE найдено 105 статьи, 90 из них опубликованы или в arXiv

Краткие сведения	Цитируемые	Опубликованные
Полное число статей	90	64
Полное число цитирований	5662	4978
Среднее число цитирований на статью	62.9	77.8
$h_{\text{NEP}}$	30	27

- ▶ Моему соавтору работ по теории нейтринных осцилляций: В. А. Наумову.
- ▶ Коллегам, с кем я обсуждал теорию нейтринных осцилляций: Е. Ахмедову, Т. А. Антошкиной, М. И. Высоцкому, М. О. Гончару, М. А. Долгаревой, И. П. Иванову, А. Е. Калошину, С. Э. Коренблиту, В. А. Рубакову, Д. В. Тайченачеву, О. В. Теряеву, Д.С.Шкирманову, А.С.Шешукову.
- ▶ Моему соавтору по осцилляционному анализу: М. О. Гончару.

- ▶ Коллегам по эксперименту Daya Bay: И. Ванг (Y. Wang), В. Ванг (W. Wang), С. Вонг (S. Wong), Х. Вонг (Hin-Lok Henoeh Wong), Ю. А. Горнушкин, Ч. Джанг (C. Zhang), Д. Джаффе (D. Jaffe), Д. Двайер (D. Dwyer), Кам-Бью Люк (Kam-Biu Luk), Р. Лейтнер (R. Leitner), Л. Лебановски (L. Lebanowski), Л. Литтенберг (L. Littenberg), Я. Накаджима (Y. Nakajima), Х. Очоа (J. P. Ochoa-Ricoux), Б. Росковец (B. Roskovec), Дж. Сяо (J. Cao), М. Хе (M. He), К. Хеегер (K. Heeger), Э. Хуанг (En Chuan Huang).

- ▶ Коллегам из ОИЯИ: Ю. А. Батусову, В. А. Беднякову, С. А. Бунятову, С. Г. Земсковой, Г. А. Карамышевой, А. А. Кулькову, Е. С. Морозовой, В. А. Наумову, Е. А. Наумовой, Т. Т. Наумовой, А. Г. Ольшевскому, О. Б. Саймолову, О. Ю. Смирнову, К. А. Трескову, Д. В. Тайченачеву, А. В. Чуканову, И. И. Сидоркиной.
- ▶ Моему учителю: А.Н. Валлу
- ▶ Моей семье: Т. Т. Наумовой, В. А. Наумову, Е. А. Наумовой.

Выборка репрезентативных (по мнению автора) работ.

1. C. Giunti, C. W. Kim, J. A. Lee, U. W. Lee, “On the treatment of neutrino oscillations without resort to weak eigenstates”. Phys.Rev. D48 (1993) 4310-4317, hep-ph/9305276

- ✓ Идея и первое вычисление макроскопической фейнмановской диаграммы с виртуальным нейтрино.
- ✓  $P_{\alpha\beta}$  содержит подавление интерференции из-за  $L^{\text{coh}}$  и локализационного члена.
- ✗ Не проведено макроскопическое усреднение.
  - ↪ Не получена формула для числа событий.
  - ↪ Невозможно корректно вывести вероятность осцилляций  $P_{\alpha\beta}$ .
- ✗ Нековариантный формализм
  - ↪ Неприменимо ни к одному эксперименту.

↪ Невозможно гарантировать положительную определенность форм  $x^T W x$  и корректно выполнить интегрирование.

✗ Все волновые пакеты сталкиваются в одной точке  $x_S$  ( $x_D$ ) в один момент времени.

✗ Не учтена дисперсия волнового пакета нейтрино.

2. W. Grimus, P. Stockinger, "Real oscillations of virtual neutrinos", Phys.Rev. D54 (1996) 3414-3419, hep-ph/9603430

✓ Доказана очень полезная для вычислений теорема

$$\int \frac{dq}{(2\pi)^3} \frac{\Phi(q)e^{iqL}}{s-q^2+i0} \sim \begin{cases} -\frac{\Phi(\sqrt{s}L/L)}{4\pi L} \exp(i\sqrt{s}L) + \mathcal{O}(L^{-3/2}) & \text{при } s > 0, \\ \mathcal{O}(L^{-2}) & \text{при } s < 0. \end{cases}$$

✗ Рассмотрены стационарные нестабильные состояния (внутреннее противоречие).

- ✗ Все волновые пакеты сталкиваются в одной точке  $x_S$  ( $x_D$ ) в один момент времени.
- ✗ Не учтена дисперсия волнового пакета нейтрино.
- ✗ Предполагается  $L^{\text{coh}} = \infty$ .
- ✗ Не получена формула  $P_{\alpha\beta}$ .
- ✗ Не проведено макроскопическое усреднение.
  - ↪ Не получена формула для числа событий.
  - ↪ Невозможно корректно вывести вероятность осцилляций  $P_{\alpha\beta}$ .

3. C. Y. Cardall, "Coherence of neutrino flavor mixing in quantum field theory", Phys.Rev. D61 (2000) 073006, hep-ph/9909332

- ✓ Первая попытка вычислить число событий, соответствующее макроскопической фейнмановской диаграмме с виртуальным нейтрино.

- ✗ Все волновые пакеты сталкиваются в одной точке  $x_S$  ( $x_D$ ) в один момент времени.
- ✗ Не учтена дисперсия волнового пакета нейтрино.
- ✗ Нековариантный формализм  $((W_S)_{\mu\nu})$  в ур.15 не является тензором, но предполагается...
  - ↪ Неприменимо ни к одному эксперименту.
  - ↪ Невозможно гарантировать положительную определенность форм  $x^T W x$  и корректно выполнить интегрирование.
- ✗ Процедура макроскопического усреднения не корректна и не обоснованна
  - ↪  $|\psi(\mathbf{k}, x)|^2 \rightarrow \frac{dk}{(2\pi)^3} f(\mathbf{k}, x)$
  - ↪ Объем перекрытия  $\mathcal{V}_S$  интерпретируется как  $dx_S^0 dx_S$
- ✗  $P_{\alpha\beta}$  не содержит подавление интерференции из-за локализационного члена.

✗ Не рассмотрен случай конечных временных интервалов в источнике и детекторе

4. M. Beuthe, "Oscillations of neutrinos and mesons in quantum field theory", Phys.Rept. 375 (2003) 105-218, hep-ph/0109119

✓ Обзор существующей литературы в едином ключе.

✓ Учтены продольная и поперечная дисперсии волнового пакета (ВП).

✓ Приведены формулы  $P_{\alpha\beta}$  в разных режимах расплывания ВП

✗ Не проведено макроскопическое усреднение.

↪ Не получена формула для числа событий.

↪ Невозможно корректно вывести вероятность осцилляций  $P_{\alpha\beta}$ .

- ✗ Все волновые пакеты сталкиваются в одной точке  $x_S$  ( $x_D$ ) в один момент времени.
- ✗ Нековариантный формализм.
  - ↪ Неприменимо ни к одному эксперименту.
  - ↪ Невозможно гарантировать положительную определенность форм  $x^T W x$  и корректно выполнить интегрирование.

5. D. V. Naumov, V. A. Naumov, "A Diagrammatic treatment of neutrino oscillations", J.Phys. G37 (2010) 105014, arXiv:1008.0306

D. V. Naumov, V. A. Naumov, "Relativistic wave packets in a field theoretical approach to neutrino oscillations", Russ.Phys.J. 53 (2010) 549-574, Izv.Vuz.Fiz. 6 (2010) 5-27

- ✓ Полностью ковариантный формализм волновых пакетов (ВП).

- ✓ Произвольные точки столкновения ВП.
  - ↪ 4D-обобщение прицельного параметра.
  - ↪ Корректное определение точек  $x_S$  и  $x_D$ .
  - ↪ Геометрическое подавление для неколлинеарных столкновений.
  - ↪ Объемы перекрытия с учетом ненулевых прицельных параметров.
- ✓ Учтена продольная дисперсия эффективного волнового пакета нейтрино.
- ✓ Предложена новая модель релятивистского гауссова ВП (РГП).
- ✓ Разработан и применен корректный метод макроскопического усреднения.
  - ↪ С учетом конечных временных интервалов работы “источника” и “детектора”.
  - ↪ Времена в источнике и детекторе могут быть синхронизированы и не синхронизированы.

- ↪ Получена формула для числа событий, соответствующего макроскопической фейнмановской диаграмме.
- ↪ Вычислена вероятность осцилляций  $P_{\alpha\beta}$ .
- ✓ В предельных случаях  $P_{\alpha\beta}$  согласуется с известными формулами. Новым является:
  - ↪ Зависимость от конечных временных интервалов работы “источника” и “детектора”. Важно для ускорительных нейтрино.
  - ↪ Подавление числа несинхронизированных событий.
  - ↪ Учет дисперсии эффективного ВП нейтрино.
  - ↪ Единственный дополнительный параметр – дисперсия импульса нейтрино, зависит от кинематики событий в источнике и детекторе.
- ✗ Изучен симметричный РГП.
- ✗ Теорема Гримуса-Стокинджера может быть не применима на малых расстояниях.

6. E. Kh. Akhmedov, J. Kopp, “Neutrino oscillations: Quantum mechanics vs. quantum field theory”, JHEP 1004 (2010) 008. Erratum: JHEP 1310 (2013) 052, arXiv:1001.4815

- ✓ Сравнение КТП и КМ подходов.
- ✓ Условия применимости гауссовых ВП.
- ✓ Произведено вычисление числа событий и получена формула для вероятности осцилляций в КТП подходе.
- ✗ Отсутствует процедура макроскопического усреднения. Нормированное число событий вычислена на эвристическом уровне строгости.
- ✗ Все волновые пакеты сталкиваются в одной точке  $x_S$  ( $x_D$ ) в один момент времени.
- ✗ Нековариантный формализм  
    ↪ Неприменимо ни к одному эксперименту

- ↪ Невозможно гарантировать положительную определенность форм  $x^T W x$  и корректно выполнить интегрирование
- ✗ Утверждается, что в КМ подходе нормировку  $P_{\alpha\beta}$  приходится делать “руками”. В нашей работе показан корректный способ (макроскопическое усреднение), приводящий к правильной нормировке.
- ✗ Интегрирование по времени путается с усреднением по времени.
- ✗ Форма пакета нейтрино усредняется по направлению в  $\mathcal{A}$  вместо  $|\mathcal{A}|^2$ .
- ✗ Технические несовершенства
  - ↪ не указан контур обхода полюса при интегрировании по энергии

↪ Интегрирование по временам в источнике и детекторе не учитывает времени распространения нейтрино. Справедливо только для  $L = 0$ .

7. V. A. Naumov, D. S. Shkirmanov, "Covariant asymmetric wave packet for a field-theoretical description of neutrino oscillations", Mod.Phys.Lett. A30 (2015) no.24, 1550110, arXiv:1409.4669. V. A. Naumov, D. S. Shkirmanov, Eur.Phys.J. C73 (2013) 11, 2627, arXiv:1309.1011)

- ✓ Изучены общие свойства ковариантных волновых пакетов, пригодных для описания асимптотически свободных in- и out-состояний.
- ✓ Подробно изучен простейший [после РГП] асимметричный ВП
- ✓ Доказана обобщенная теорема ГС и найдены поправки к ГС асимптотике в виде асимптотического разложения по обратным степеням  $1/L^2$ .

- ✓ Уточнен дуализм между пропагатором и эффективным волновым пакетом нейтрино.
- ✓ Получены явные формулы для обратного тензора перекрытия для произвольного числа взаимодействующих внешних пакетов.
- ✗ Дисперсией ВП нейтрино пренебрегается, поскольку изучаются относительно малые (макроскопические) расстояния

- ▶ Большой класс волновых пакетов (ВП) может быть с хорошей точностью аппроксимирован гауссовым.
- ▶ С гауссовым ВП возможно аналитическое вычисление числа событий.
- ▶ Есть класс ВП, который не может быть описан гауссовым ВП. Например,

$$f(p) = \frac{C_n}{[(p - P)^2 + \gamma^2]^n}$$

описывается гауссовым ВП только при  $n \gg 1$ .

E. Kh. Akhmedov, J. Kopp, "Neutrino oscillations: Quantum mechanics vs. quantum field theory", JHEP 1004 (2010) 008.  
Erratum: JHEP 1310 (2013) 052, arXiv:1001.4815

что усредненное сечение не зависит от формы ВП. У вас получается, что зависимость остается. Почему?

- ▶ Амплитуда  $\mathcal{A} = \langle \{\mathbf{p}_f, x_f\} | \mathbb{S} - 1 | \{\mathbf{p}_i, x_i\} \rangle$  рассеяния ВП:

$$\mathcal{A} = \int d^4x \left( \prod_{i,f} \int \frac{d\mathbf{q}_i \phi(\mathbf{q}_i, \mathbf{p}_i) e^{+iq_i(x_i - x)}}{(2\pi)^3 2E_{q_i}} \frac{d\mathbf{k}_f \phi^*(\mathbf{k}_f, \mathbf{p}_f) e^{-ik_f(x_f - x)}}{(2\pi)^3 2E_{k_f}} \right) \cdot \frac{1}{\mathcal{N}} i\mathcal{M}(\{\mathbf{q}_i, \mathbf{k}_f\}),$$

↪ нормировка состояний

$$\mathcal{N} = \sqrt{\langle \{\mathbf{p}_f, x_f\} | \{\mathbf{p}_f, x_f\} \rangle \cdot \langle \{\mathbf{p}_i, x_i\} | \{\mathbf{p}_i, x_i\} \rangle}$$

↪  $i\mathcal{M}(\{\mathbf{q}_i, \mathbf{k}_f\})$  – матричный элемент в плосковолновом приближении

- ▶ В приближении зависимости  $i\mathcal{M}(\{\mathbf{q}_i, \mathbf{k}_f\})$  от импульсов  $(\{\mathbf{q}_i, \mathbf{k}_f\})$  гораздо более слабой, чем зависимость  $\phi(\mathbf{q}_i, \mathbf{p}_i)$  возможна факторизация:

$$\mathcal{A} \simeq \frac{1}{\mathcal{N}} \left( \int d^4x \prod_{i,f} \psi(\mathbf{p}_i, x - x_i) \psi^*(\mathbf{p}_f, x - x_f) \right) i\mathcal{M}(\{\mathbf{p}_i, \mathbf{p}_f\})$$

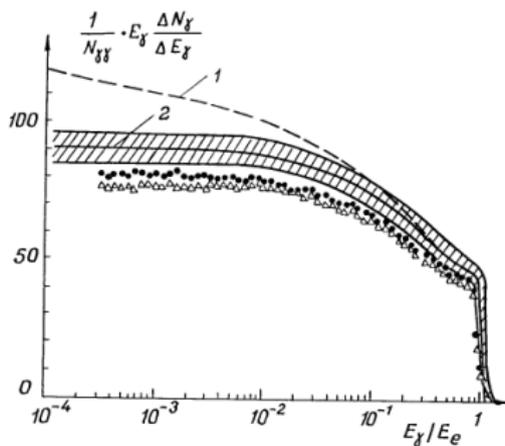
- ▶ В таком случае, макроскопически усредненная величина  $\langle |\mathcal{A}|^2 \rangle$  не зависит от вида ВП (Тэйлор, 1972)
- ▶ Приближение Тэйлора не адекватно, если:
  - ↪ Зависимость  $i\mathcal{M}(\{\mathbf{p}_i, \mathbf{p}_f\})$  от импульсов  $(\{\mathbf{q}_i, \mathbf{k}_f\})$  может быть сильной (например, адронные резонансы)
  - ↪ В случае интерференции

$$i\mathcal{M}(\{\mathbf{q}_i, \mathbf{k}_f\}) \sim \sum_k V_{\alpha k} V_{\beta k}^* \mathcal{M}'_d \frac{1}{q^2 - m_k^2} \mathcal{M}'_s$$

нельзя отфакторизовать в одной точке по 4-импульсу  $q$ . Правильный учет этого приводит к *квантово-полевой теории нейтринных осцилляций*.

- ▶ “Вероятность осцилляций” зависит от дисперсии импульса нейтрино, которая, в свою очередь функция дисперсий импульсов волновых пакетов участвующих в реакции частиц.
- ▶ С учетом волновых пакетов можно измерить фазу матричного элемента:  
<https://arxiv.org/abs/1608.08858>,  
<http://inspirehep.net/record/1386359>.
- ▶ В пучках с закрученными электронами (разновидность волнового пакета)  
<http://inspirehep.net/record/1482955>,  
<http://inspirehep.net/record/902045?ln=en> тоже утверждается о возможности измерения фазы матричного элемента.

- ▶ Эффекты волновых пакетов давно обнаружены и дают значительный вклад в измеряемое сечение при столкновениях пучков в ускорителях. Например, <https://arxiv.org/pdf/0903.2907.pdf>.



- ▶ Спектр тормозных фотонов в реакции  $e^+e^- \rightarrow e^+e^-\gamma$  (ВЭПП-4, Новосибирск) не согласуется с плосковолновым сечением в КЭД
- ▶ Теория процесса дана в работе G.L.Kotkin, V.G.Serbo, A.Schiller, Int.J.Mod.Physics A. **7**, 20 (1992)

- ▶ Определим тензор

$$T_{\mathcal{X}}^{\mu\nu} = \sigma_{\mathcal{X}}^2 (u_{\mathcal{X}}^{\mu} u_{\mathcal{X}}^{\nu} - g^{\mu\nu}),$$

где  $u_{\mathcal{X}} = p_{\mathcal{X}}/m_{\mathcal{X}} = \Gamma_{\mathcal{X}}(1, \mathbf{v}_{\mathcal{X}})$  – 4-скорость пакета  $\mathcal{X}$ .

- ▶ Положительная лоренц-инвариантная квадратичная форма волнового пакета

$$T_{\mathcal{X}}^{\mu\nu} x_{\mu} x_{\nu} = \sigma_{\mathcal{X}}^2 [(u_{\mathcal{X}} x)^2 - x^2] = \sigma_{\mathcal{X}}^2 x_{\star}^2$$

- ▶ Тензоры перекрытия:

$$\mathfrak{R}_s^{\mu\nu} = \sum_{\mathcal{X} \in S} T_{\mathcal{X}}^{\mu\nu} \quad \text{и} \quad \mathfrak{R}_d^{\mu\nu} = \sum_{\mathcal{X} \in D} T_{\mathcal{X}}^{\mu\nu}.$$

- Существуют положительно-определенные тензоры  $\tilde{\mathcal{R}}_s^{\mu\nu}$  и  $\tilde{\mathcal{R}}_d^{\mu\nu}$  такие, что

$$\tilde{\mathcal{R}}_s^{\mu\lambda} (\mathcal{R}_s)_{\lambda\nu} = \delta_\nu^\mu \quad \text{и} \quad \tilde{\mathcal{R}}_d^{\mu\lambda} (\mathcal{R}_d)_{\lambda\nu} = \delta_\nu^\mu \quad (1a)$$

или, в матричной форме,

$$\tilde{\mathcal{R}}_{s,d} = \|\|\tilde{\mathcal{R}}_{s,d}^{\mu\nu}\|\| = g \mathcal{R}_{s,d}^{-1} g, \quad \mathcal{R}_{s,d} = \|\|\mathcal{R}_{s,d}^{\mu\nu}\|\|, \quad (1b)$$

где  $g = \|\|g_{\mu\nu}\|\| = \text{diag}(1, -1, -1, -1)$ . Разумеется,  $|\mathcal{R}_{s,d}| > 0$  и  $|\tilde{\mathcal{R}}_{s,d}| = |\mathcal{R}_{s,d}|^{-1}$ . Мы будем называть  $\mathcal{R}_{s,d}^{\mu\nu}$  и  $\tilde{\mathcal{R}}_{s,d}^{\mu\nu}$  тензорами перекрытия и обратными тензорами перекрытия соответственно.

- ▶ 4D- объем перекрытия:

$$\mathbb{V}_{s,d}(q) = (2\pi)^4 \tilde{\delta}_{s,d}(q \mp q_{s,d}) \exp[-\mathfrak{G}_{s,d} \pm i(q \mp q_{s,d}) X_{s,d}],$$

- ▶ Аналог Дираковской дельта-функции:

$$\tilde{\delta}_{s,d}(K) = \frac{1}{(4\pi)^2 \sqrt{|\mathfrak{R}_{s,d}|}} \exp\left(-\frac{1}{4} \tilde{\mathfrak{R}}_{s,d}^{\mu\nu} K_\mu K_\nu\right),$$

- ▶ Прицельные точки:

$$X_{s,d}^\mu = \tilde{\mathfrak{R}}_{s,d}^{\mu\nu} \sum_{\kappa} T_{\kappa\nu}^\lambda X_{\kappa\lambda} = \tilde{\mathfrak{R}}_{s,d}^{\mu\nu} \sum_{\kappa} \sigma_\kappa^2 [(u_\kappa X_\kappa) u_{\kappa\nu} - X_{\kappa\nu}],$$

- ▶ Геометрическое подавление:

$$\mathfrak{G}_{s,d} = \sum_{\mathcal{X}, \mathcal{X}'} W_{\mathcal{X}\mathcal{X}'}^{\mu\nu} X_{\mathcal{X}\mu} X_{\mathcal{X}'\nu}, \quad \mathcal{X}, \mathcal{X}' \in S \text{ или } D.$$

- ▶ Тензоры  $W_{\mathcal{X}\mathcal{X}'}^{\mu\nu}$  имеют вид

$$W_{\mathcal{X}\mathcal{X}'}^{\mu\nu} = \delta_{\mathcal{X}\mathcal{X}'} T_{\mathcal{X}}^{\mu\nu} - T_{\mathcal{X}\mu}^{\mu} \tilde{\mathfrak{R}}_{s,d}^{\mu'\nu'} T_{\mathcal{X}'\nu'}^{\nu}, \quad W_{\mathcal{X}\mathcal{X}'}^{\mu\nu} = W_{\mathcal{X}'\mathcal{X}}^{\nu\mu},$$

где индексы  $s, d$  не выписаны явно, но подразумеваются.

- ▶ Обобщение прицельного параметра на 4D:

$$b_{\chi}^0 = (x_{\chi}^0 - X_{S,d}^0) - |\mathbf{v}_{\chi}|^{-1} n_{\chi} (x_{\chi} - \mathbf{X}_{S,d}),$$

$$\mathbf{b}_{\chi} = (x_{\chi} - \mathbf{X}_{S,d}) - [n_{\chi} (x_{\chi} - \mathbf{X}_{S,d})] n_{\chi}.$$

- ▶ Геометрический фактор может быть записан в прозрачной форме через прицельные параметров ВП в cco:

$$\mathfrak{G}_{S,d} = \sum_{\chi \in S,D} \sigma_{\chi}^2 \left[ (\Gamma_{\chi}^2 - 1) (b_{\chi}^0)^2 + \mathbf{b}_{\chi}^2 \right] = \sum_{\chi \in S,D} \sigma_{\chi}^2 |\mathbf{b}_{\chi}^{(\chi)}|^2.$$

Макроскопическое усреднение микроскопической вероятности  $dN_{\alpha\beta} = \langle\langle |\mathcal{A}_{\beta\alpha}|^2 \rangle\rangle$ :

$$\begin{aligned}
 dN_{\alpha\beta} = & \sum_{\text{spins}} \int \prod_{a \in I_s} \frac{dx_a d\mathbf{p}_a f_a(\mathbf{p}_a, s_a, x_a)}{(2\pi)^3 2E_a V_a} \int \prod_{b \in F_s} \frac{dx_b d\mathbf{p}_b}{(2\pi)^3 2E_b V_b} V_s \\
 & \times \int \prod_{a \in I_d} \frac{dx_a d\mathbf{p}_a f_a(\mathbf{p}_a, s_a, x_a)}{(2\pi)^3 2E_a V_a} \int \prod_{b \in F_d} \frac{dx_b d\mathbf{p}_b}{(2\pi)^3 2E_b V_b} V_d \\
 & \times \int dE_\nu (2\pi)^4 \delta_s(p_\nu - q_s) |M_s|^2 (2\pi)^4 \delta_d(p_\nu + q_d) |M_d|^2 \\
 & \times \frac{\mathfrak{D}}{2\sqrt{2\pi}(2\pi)^3 L^2} \left| \sum_j V_{\alpha j}^* V_{\beta j} e^{-\Omega_j} \frac{1}{1+i\tau_j} \right|^2.
 \end{aligned}$$

С учетом

$$V_{s,d} = \int dx \prod_{\kappa \in S, D} |\psi_\kappa(\mathbf{p}_\kappa, x_\kappa - x)|^2, \quad V_\kappa = \int dx |\psi_\kappa(\mathbf{p}_\kappa, x)|^2$$

вычисляются интегралы

$$\int \prod_{b \in F_s} \frac{dx_b}{V_b} V_s = 1$$

и

$$dN_{\alpha\beta} = \sum_{\text{spins}} \int dx (2\pi)^4 \delta_s(p_\nu - q_s) |M_s|^2 \prod_{a \in I_s} \frac{dn_a}{dx_a} \frac{1}{2E_a} \prod_{b \in F_s} \frac{dp_b}{(2\pi)^3 2E_b}$$

$$\int dy (2\pi)^4 \delta_d(p_\nu + q_d) |M_d|^2 \prod_{a \in I_d} \frac{dn_a}{dx_a} \frac{1}{2E_a} \prod_{b \in F_d} \frac{dp_b}{(2\pi)^3 2E_b}$$

$$\int dE_\nu \frac{\mathfrak{D} \left| \sum_j V_{\alpha j}^* V_{\beta j} e^{-\Omega_j} \frac{1}{1+i\tau_j} \right|^2}{2\sqrt{2\pi} (2\pi)^3 |y-x|^2},$$

к  $|A|^2$

- ▶ Плотность потока нейтрино на расстоянии  $L = |\mathbf{y} - \mathbf{x}|$  от единицы объема источника есть

$$\frac{d\Phi_\nu}{dE_\nu} = \sum_{\text{spins}} (2\pi)^4 \delta_s(p_\nu - q_s) |M_s|^2 \left[ \prod_{a \in I_s} \frac{dn_a}{dx} \frac{1}{2E_a} \prod_{b \in F_s} \frac{dp_b}{(2\pi)^3 2E_b} \right] \frac{E_\nu}{16\pi^3 L^2}.$$

- ▶ Функция распределения

$$\sum_{s_a} \int \frac{dx_a dp_a}{(2\pi)^3} f_a(\mathbf{p}_a, s_a, x_a) = n_a(x_a^0) \quad (a \in I_{s,d}),$$

где  $n_a(x_a^0)$  – полное число частиц  $a$  в момент времени  $x_a^0$ .

- ▶ Соотношения для плотности числа частиц  $a$  в импульсном и конфигурационном пространствах:

$$\int \frac{dp_a}{(2\pi)^3} f_a(\mathbf{p}_a, s_a, x_a) = \frac{dn_a(s_a, x_a, x_a^0)}{dx_a}, \quad \int dx_a f_a(\mathbf{p}_a, s_a, x_a) = \frac{dn_a(s_a, \mathbf{p}_a, x_a^0)}{dp_a}.$$

Сечение взаимодействия безмассового нейтрино с частицами в единице объема детектора равно

$$d\sigma_\nu = \sum_{\text{spins}} (2\pi)^4 \delta_d(p_\nu + q_d) |M_d|^2 \frac{1}{2E_\nu} \prod_{a \in I_d} \frac{dn_a}{dy} \frac{1}{2E_a} \prod_{b \in F_d} \frac{dp_b}{(2\pi)^3 2E_b}.$$

к  $|A|^2$

В режиме нестационарного источника  $\tau_s \neq \infty$  (ускорит. эксп):

$$P_{\alpha\beta}(E\nu, L) = \frac{1}{S_0} \sum_{ij} V_{\alpha i} V_{\beta j} V_{\alpha j}^* V_{\beta i}^* S_{ij} \exp(i\varphi_{ij} - \mathcal{A}_{ij}^2).$$

► Явный вид

$$S_{ij} = \frac{\exp(-\mathcal{B}_{ij}^2)}{4\tau_d \mathfrak{D}} \sum_{l, l'=1}^2 (-1)^{l+l'+1} \operatorname{lerf} \left[ 2\mathfrak{D} \left( x_l^0 - y_{l'}^0 + \frac{L}{v_{ij}} \right) - i\mathcal{B}_{ij} \right]$$

где

$$\operatorname{lerf}(z) = z \operatorname{erf}(z) + \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-z^2},$$

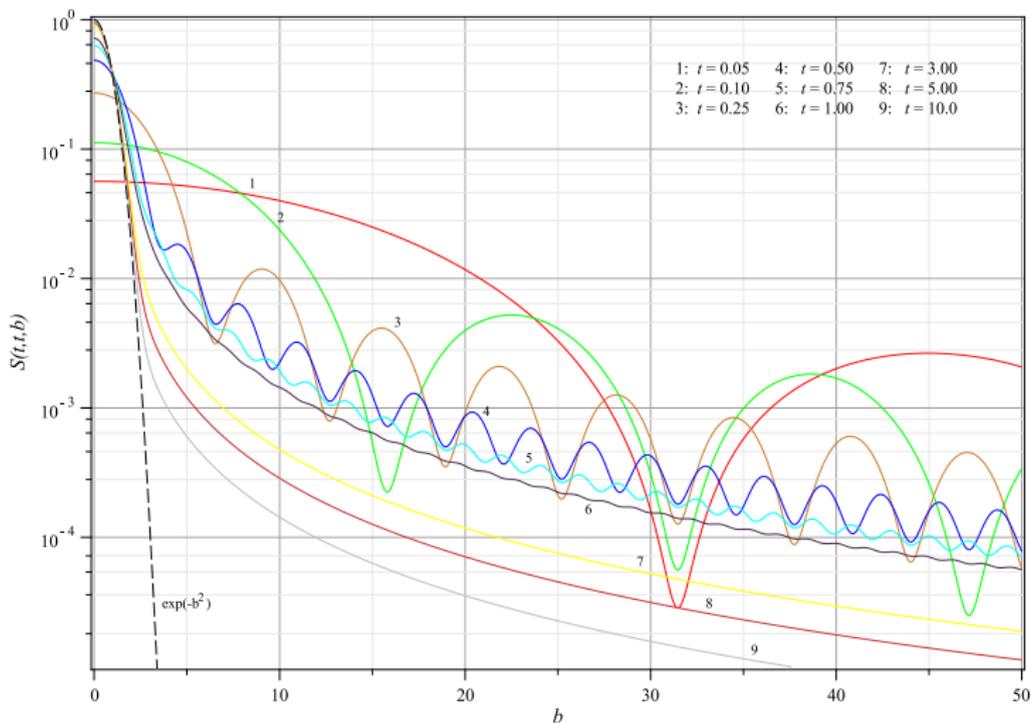
► Диагональная функция не зависит от индекса:

$$S_{ij} = S_0$$

## Несинхронизованные измерения.

- ▶ Если интервалы времен в источнике  $(x_1^0, x_2^0)$  и в детекторе  $(y_1^0, y_2^0)$  не синхронизованы, то:
  - ▷ фактор  $S_{ij} \rightarrow 0$ .

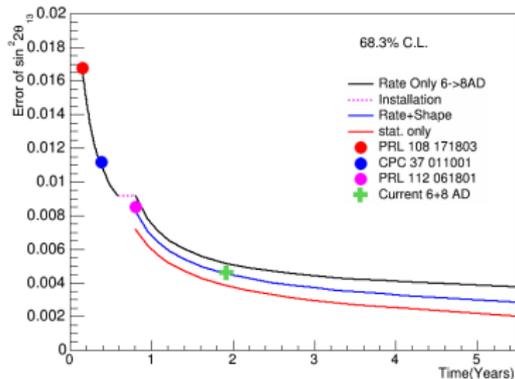
## Синхронизованные измерения.



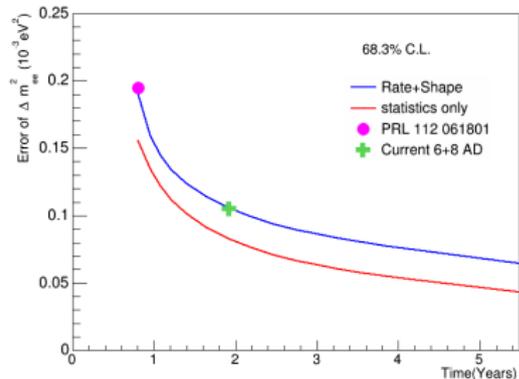
- ▶ Измерение энергии-импульса при конечных временах эквивалентна внесению дополнительной неопределенности в их определение,
  - ▷ нейтринные состояния становятся более когерентными.
- ▶ Ускорительные эксперименты имеют дополнительную чувствительность к дисперсии ( $\mathcal{D}$ ) волновой функции нейтрино.

к вероятности осцилляций в КТП

## $\sin^2 2\theta_{13}$ error projection

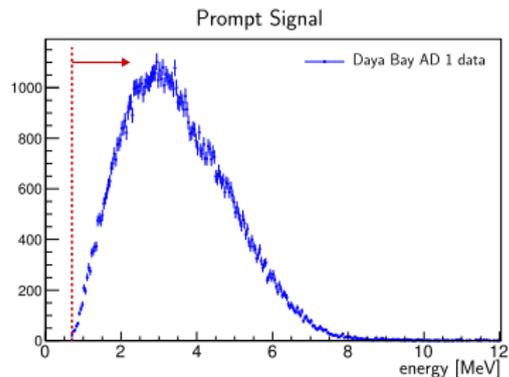


## $\Delta m_{ee}^2$ error projection

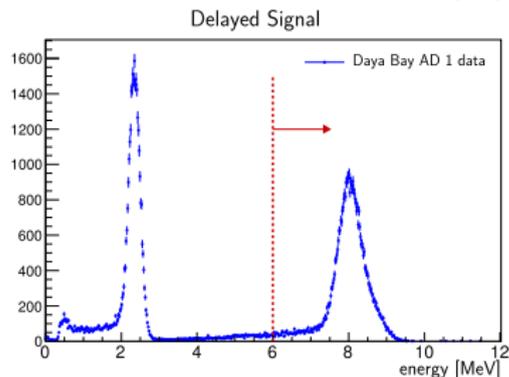
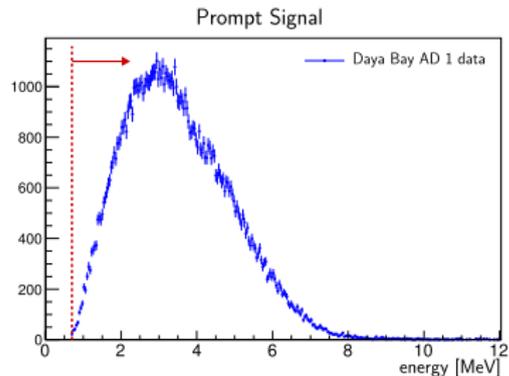


1. Отбрасывание ФЭУ-флэшеров (99.98%).

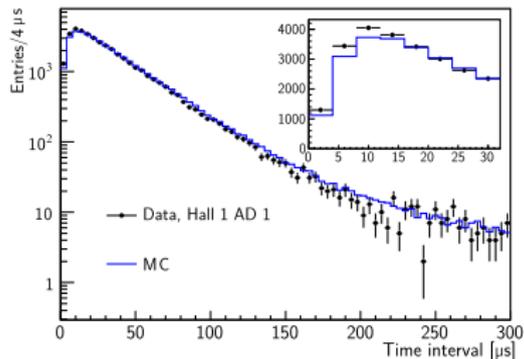
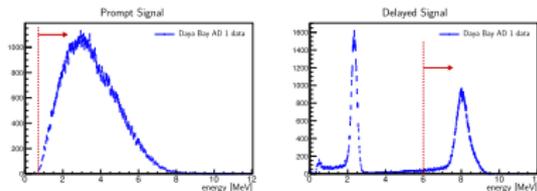
1. Отбрасывание ФЭУ-флэшеров (99.98%).
2. Энергия первичного сигнала (позитрон):  
 $0.7 \text{ MeV} < E_p < 12 \text{ MeV}$   
(99.88%).



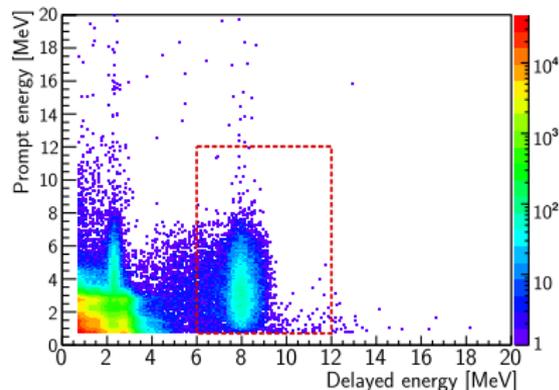
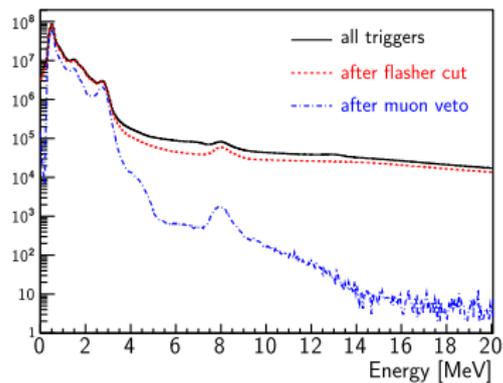
1. Отбрасывание ФЭУ-флэшеров (99.98%).
2. Энергия первичного сигнала (позитрон):  
 $0.7 \text{ MeV} < E_p < 12 \text{ MeV}$   
(99.88%).
3. Энергия задержанного сигнала (захват нейтрона):  
 $6 \text{ MeV} < E_p < 12 \text{ MeV}$  (90.9%).



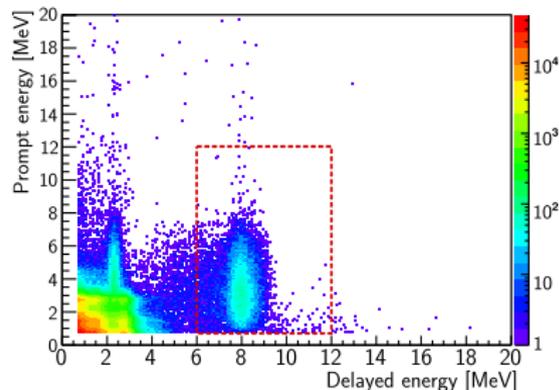
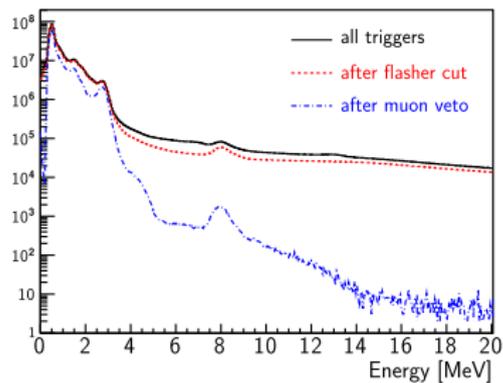
1. Отбрасывание ФЭУ-флэшеров (99.98%).
2. Энергия первичного сигнала (позитрон):  
 $0.7 \text{ MeV} < E_p < 12 \text{ MeV}$   
(99.88%).
3. Энергия задержанного сигнала (захват нейтрона):  
 $6 \text{ MeV} < E_p < 12 \text{ MeV}$  (90.9%).
4. Время захвата нейтрона:  
 $1 \mu\text{s} < \Delta t < 200 \mu\text{s}$  (98.6%).

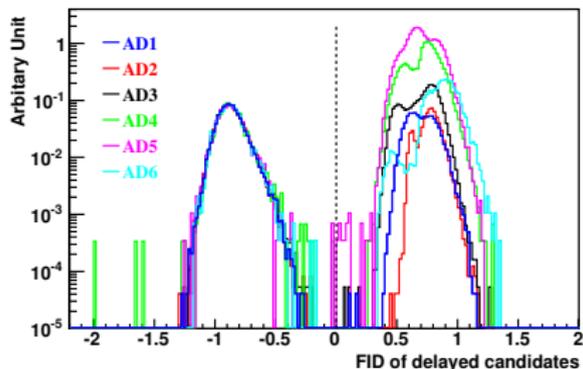
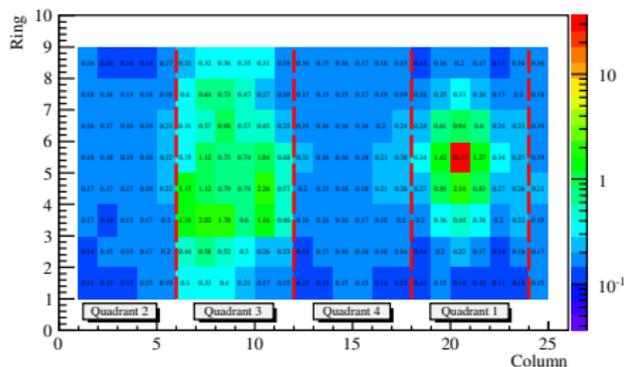


1. Отбрасывание ФЭУ-флэшеров (99.98%).
2. Энергия первичного сигнала (позитрон):  
 $0.7 \text{ MeV} < E_p < 12 \text{ MeV}$   
(99.88%).
3. Энергия задержанного сигнала (захват нейтрона):  
 $6 \text{ MeV} < E_p < 12 \text{ MeV}$  (90.9%).
4. Время захвата нейтрона:  
 $1 \mu\text{s} < \Delta t < 200 \mu\text{s}$  (98.6%).
5. Отбрасывание мюонов:
  - ▶ Water pool muons  $N_{\text{hits}} > 12$ :  
0.6 ms
  - ▶ AD muons with  $E > 12 \text{ MeV}$ :  
1 ms
  - ▶ AD shower muon  $E > 2.5 \text{ GeV}$ :  
1 s



1. Отбрасывание ФЭУ-флэшеров (99.98%).
2. Энергия первичного сигнала (позитрон):  
 $0.7 \text{ MeV} < E_p < 12 \text{ MeV}$   
(99.88%).
3. Энергия задержанного сигнала (захват нейтрона):  
 $6 \text{ MeV} < E_p < 12 \text{ MeV}$  (90.9%).
4. Время захвата нейтрона:  
 $1 \mu\text{s} < \Delta t < 200 \mu\text{s}$  (98.6%).
5. Отбрасывание мюонов:
  - ▶ Water pool muons  $N_{\text{hits}} > 12$ :  
0.6 ms
  - ▶ AD muons with  $E > 12 \text{ MeV}$ :  
1 ms
  - ▶ AD shower muon  $E > 2.5 \text{ GeV}$ :  
1 s





Flashers — PMTs  
spontaneously emitting light:

- ▶  $\sim 5\%$  of PMTs
- ▶  $\sim 5\%$  of the events
- ▶ Rejected based on the topology

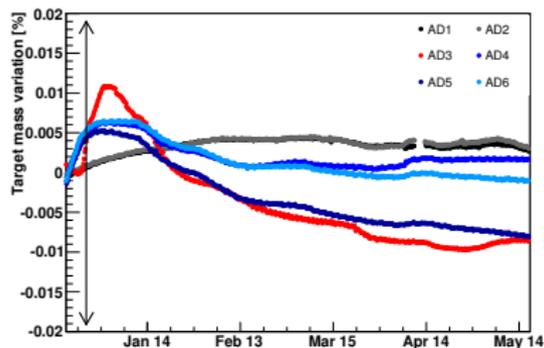
$$d_{max} = Q_{max} / Q_{sum}$$

$$d_{quad} = Q_3 / (Q_2 + Q_4)$$

$$FID = \log_{10} \left[ \left( \frac{d_{quad}}{1} \right)^2 + \left( \frac{d_{max}}{0.45} \right)^2 \right]$$

## Target mass:

- ▶ Масса мишени измеряется во время заполнения с точностью  $\sim 3\text{kg}$ , 0.015%.
- ▶ Перепроверяется Кориолис-метром с точностью 0.1%.
- ▶  $M_{\text{target}} = M_{\text{fill}} - M_{\text{overflow}}$



## Состав жидкого сцинтиллятора:

- ▶ LAB + Gd (0.1%) + PPO (3 g/L) + bis-MSB (15mg/L)
- ▶ One year 1-ton prototype monitoring on GdLS stability.

## Liquids storage and filling:

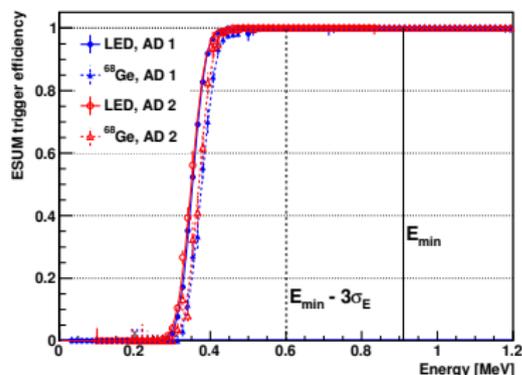
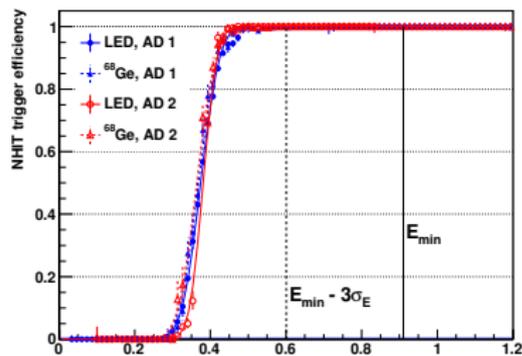
- ▶ Fill each AD from all 5 storage tanks.
- ▶ Fill ADs in pairs.
- ▶ Recirculate storage tanks.

## Trigger criteria:

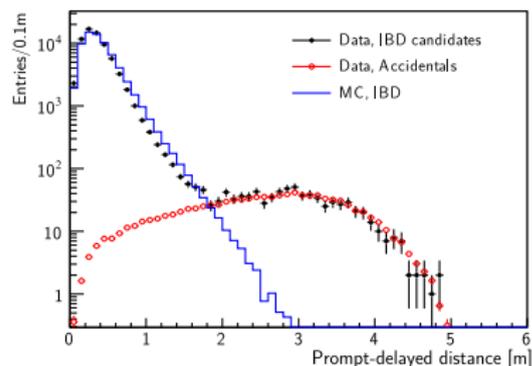
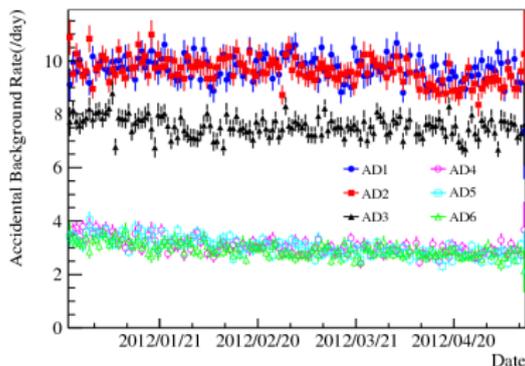
- ▶ Signal  $> 0.25$  p. e.:
  - ▶ Nhit  $> 45$ .
  - ▶ Esum  $> 0.4$  MeV.
- ▶ Water pool:
  - ▶ Nhit  $> 12$ .

## Trigger efficiency:

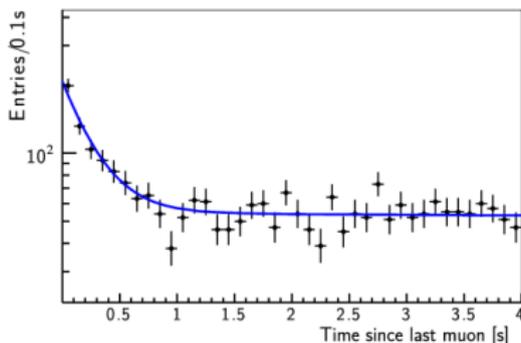
- ▶ Measured from LED light and  $^{68}\text{Ge}$  source.
- ▶ No measurable inefficiency above 0.7 MeV.
- ▶ Minimal  $E_p \approx 0.95$  MeV.



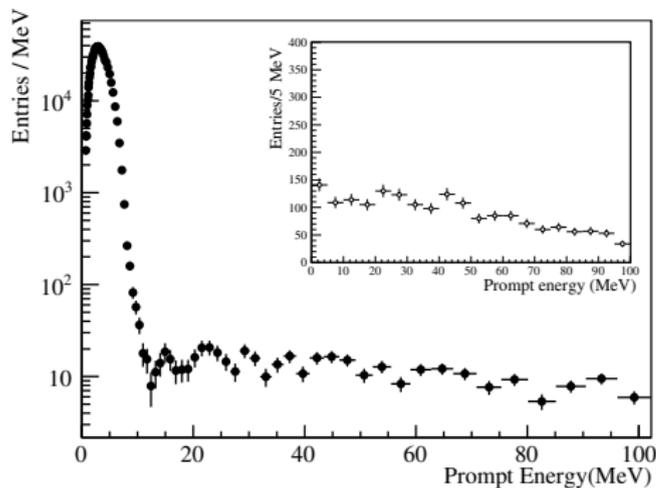
## Accidental event — two independent signals accidentally satisfy event selection criteria.



- ▶ Calculated based on prompt and delayed rates.
- ▶ Cross-checks:
  - ▶ Prompt-delayed distance distribution.
  - ▶ Off-window coincidence.



- ▶ Calculated by fitting the time-after-last-muon events distribution. Based on known half-life times:
  - ▶  ${}^9\text{Li}$   $\lambda = 178\text{ms}$
  - ▶  ${}^8\text{He}$   $\lambda = 119\text{ms}$
- ▶ Cross-checks:
  - ▶ Analyze muon samples with and without followed neutrons.



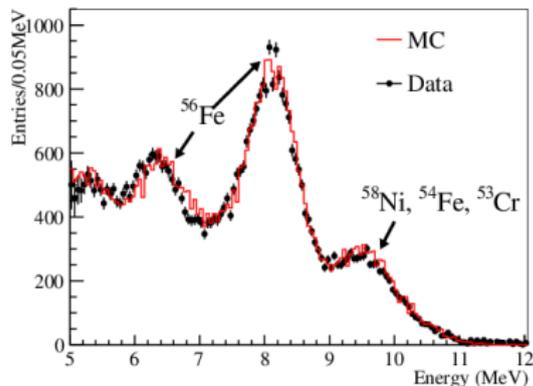
- ▶ Method I:
  - ▶ Collect events with  $12 \text{ MeV} < E_p < 100 \text{ MeV}$
  - ▶ Extrapolate the spectrum to the  $E_p < 12 \text{ MeV}$
- ▶ Method II:
  - ▶ Use water pool and RPC to determine the number of fast neutrons.

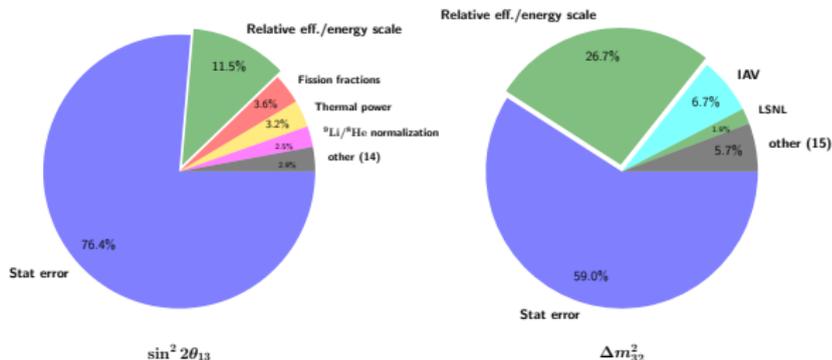
## Correlated background from $^{241}\text{Am}$ - $^{13}\text{C}$ sources (ACU):

- ▶ Neutron inelastic scattering on  $^{56}\text{Fe}$  + neutron capture on Fe/Cr/Mn/Ni.
- ▶ Estimated based on simulation.
- ▶ Cross checked with data.

## Correlated $^{13}\text{C}(\alpha, n)^{16}\text{O}$ background:

- ▶  $^{238}\text{U}$ ,  $^{232}\text{Th}$ ,  $^{227}\text{Ac}$  and  $^{210}\text{Po}$   $\alpha$  rates are measured.
- ▶ Neutron yield is calculated with MC.





- ▶ Наибольший вклад в ошибку  $\sin^2 2\theta_{13}$  вносит статистика и неопределенность в оценке относительной эффективности.
- ▶ Наибольший вклад в ошибку  $\Delta m_{32}^2$  вносит статистика и неопределенность в оценке относительной энергетической шкалы.
- ▶ Статистика и систематика вносят почти равный вклад в ошибку  $\Delta m_{32}^2$ .