КХД при ненулевых температурах и плотностях

В.Петров

ПИЯФ

30 января 2014, Гатчина

Что известно из теории про поведение с температурой и плотностью?

Поведение по температуре:

- При совсем **больших температурах** в силу асимптотической свободы теория сводится к свободной: **свободная энергия** определяется формулой Стефана-Больцмана

$$\mathcal{F} = \sigma \mathbf{T}^4 \sim \frac{\pi^2}{45}\left[\mathbf{N_c^2} - \mathbf{1} + \mathbf{N_c N_f} + \ldots\right]$$

  где постоянная Стефана-Больцмана пропорциональна **числу степеней свободы** Основной вклад при больших N_c—**глюоны!**. Кварки не существенны.
- Когда температура понижается, появляются поправки связанные с диаграммами теории возмущений

Что известно из теории про поведение с температурой и плотностью?

Для глюоонов все температурные петли

$$\mathcal{F} = N_c^2 f(g^2 N_c, T)$$

- Единственное известное явление — **Дебаевское экранирование** $m_D^2 \sim g^2 T^2$. (Член $m_D^2 E^2$ в Лагранжиане)
- **Магнитная** масса в теории возмущений не образуется!

Решеточные данные по свободной энергии **описываются** методом среднего поля вплоть до $T \approx 2T_c$. Фазовый переход **конфайнмент-деконфайнмент** при $T = T_c \approx 200$ MeV.

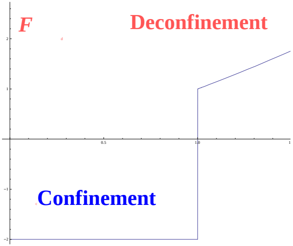
Что известно из теории про поведение с температурой и плотностью?

Если **кварков нет**, то параметр порядка - **Поляковская петля**

$$\mathcal{P}(x) = P\exp[i\int_0^\beta dtA_0(x,t)]$$

Фазы различаются симметрией
Конфайнмент: $<\mathcal{P}>=0$
Деконфайнмент: $<\mathcal{P}>\neq 0$
Нарушается симметрия **группы центра** — дискретной подгруппы $SU(N_c)$ (глюоны не чувствуют, кварки — чувствуют).
Если кварки есть **фазовый переход исчезает** — он заменяется на **кроссовер**.

Что известно из теории про поведение с температурой и плотностью?



Фазовый переход 1-го рода.Скачок **F** порядка N_c^2. В фазе **конфайнмента**: $F \sim O(1)$ В фазе **деконфайнмента**: $F \sim O(N_c^2)$ При $N_c \to \infty$ свободная энергия обращается в бесконечность!

Это фазовый переход ***Хаггедорновского типа***. Свободная энергия может **расходиться** если число адронов в спектре достаточно **быстро растет**.

Что известно из теории про поведение с температурой и плотностью

Свободная энергия:

$$e^{-F/T} = \int d\varepsilon \mathbf{N_h}(\varepsilon) e^{-\varepsilon/T}$$

N_h — число адронных состояний с энергией ε. Хаггедорновский спектр

$$N_h(m) = \exp(\frac{m}{\mathbf{T_h}})$$

от N_c не зависит. Свободная энергия **расходится при** $T > T_h$.

Большое число глюонов

$\longleftrightarrow$

кварк-адрон-
ная дуальность

Экспоненциально растущее число адронов

Что известно из теории про поведение с температурой и плотностью?

Включим **кварки**. Будем рассуждать при $\mathbf{N_c} \gg 1, \mathbf{N_f}$.

- От включения кварков свободная энергия не меняется. Кварки вносят мало. В фазе конфайнмента ничего не зависит от N_c для мезонов и глюболов. В фазе деконфайнмента вклад кварков в N_c раз меньше вклада глюонов.
- Фазовый переход ***исчезает***. Однако, для $N_c \to \infty$ — разница мала, он превращается в очень узкий **crossover**
- Есть другая симметрия — **киральная** $\psi \to \psi e^{i\alpha\gamma_5}$.

Малые температуры		Большие температуры
$<\bar{\psi}\psi> \neq 0$	фазовый	$<\bar{\psi}\psi> = 0$
безмассовые π-мезоны	переход	массивный π-мезон
$N(1/2^+)$ расщеплен с $N(1/2^-)$		**киральные** дублеты

Что известно из теории про поведение с температурой и плотностью?

По **неизвестным** причинам восстановление киральности в той же точке, что и переход **конфайнмент-деконфайнмент**

Химический потенциал Добавим к действию член $\mu \int d^4 x \bar{\psi} \gamma_0 \psi$ тогда:

$$e^{-\Omega/T} = \sum \exp\left[\frac{-(\varepsilon_n - \mu N)}{T}\right]$$

система с конечной плотностью кварков,

Ω — термодинамический потенциал. $N_q = -\frac{\partial \Omega}{\partial \mu}$.

Барионный заряд кварка $= 1/N_c$.

Химический потенциал барионов $\mu_B = N_c \mu$.

Что известно из теории про поведение с температурой и плотностью?

При $\mu \gg \Lambda_{QCD}$ кварки свободные. Потому:

- **Киральная** симметрия должна восстановиться даже при $T \to 0$.
- **Bulk properties** должны быть такими же как у в фазе деконфайнмента (в теории возмущений)
- Это **не обязательно** означает деконфайнмент. В силу кварк-адронной дуальности это может воспроизводиться **суммой по высоковозбужденным** адронам.

При $\mu \to \infty$ **вероятно** образование **цветной сверхпроводимости**$\leftarrow$ бесконечно слабое притяжение.
При $N_c = N_f$: $< \Psi_{\alpha_1 i_1} \Psi_{\alpha_2 i_2} >= \varepsilon_{\alpha_1 i_1} \varepsilon_{\alpha_2 i_2}$ **color-flavor locking**.
Нарушен **цвет** !!!

Кваркионная материя

Наше **знание** на этом кончается, а решетка не работает при $\mu \neq 0$ (неположителен вклад разных членов). (**Pisarsky-McLerran**)

Рассмотрим **малые T и большие N_c**.

- Вплоть до $\mu_q = M_N/N_c$ нет Ферми-ступеньки барионов из-за конфайнмента. Масса бариона $\sim N_c$ очень велика.
- Нуклоны и возбуждения имеют массы:

$$\mathcal{M} = N_c m_0 + \varkappa \frac{J(J+1)}{N_c}$$

(так например в модели Скирма). Поэтому как только $\mu = M_N/N_c + \delta\mu$, то даже при очень малом $\delta\mu$ возникает очень много Ферми-ступенек разных барионов.

Кваркионная материя

- Тем не менее их кинетические энергии:

$$\varepsilon_{kin} = \frac{k_f^5}{2M} \sim 1/N_c$$

а потенциальная энергия $\sim N_c n^2$

$$< U > \sim N_c k_f^6$$

много больше кинетической!

- **Давление**

$$P \sim \mathbf{N_c}$$

Деконфайнмент кварков, но не глюонов!!!

Кваркионная материя

Вопросы:

- **А есть ли конфайнмент?**
  Есть. Хотя Вильсовская петля экранируется кварками, но

$$W[C] \sim \exp(-\sigma S) + \frac{1}{N_c^2} \exp(-P)$$

  т.е. до расстояний **логарифмически больших с N_c** действует **линейный потенциал**. Адроны образуются **раньше**.
- Поэтому ситуация может быть описана на языке *сильновзаимодействующих* барионов
- Но $P \sim N_c$ говорит, что ситуация может быть описана и на языке кварков

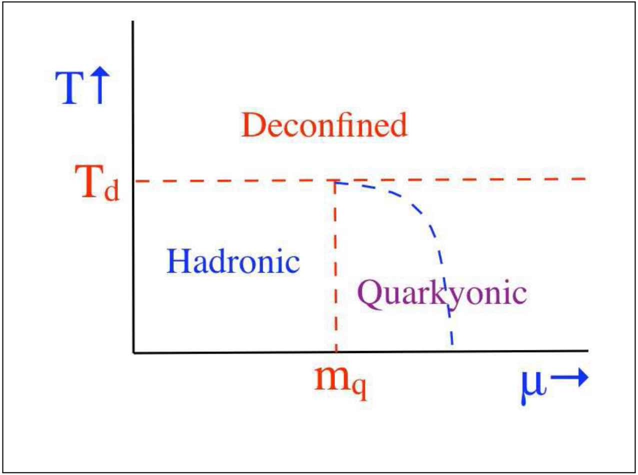
Кварконная материя

- При $\mu \gg M_N/N_c$ ответ прост: кварки **в глубине Ферми-поверхности** **освобождаются** из-за **принципа Паули**. Но они и дают главный вклад в давление ($\sim \mu^4$).
- В узкой полосе вблизи поверхности Ферми более адекватен язык сильновзаимодействующих барионов

Адронная материя	фазовый переход	Кварконная материя
$P \sim 1$	$\mu = M_N/N_c$	$P \sim N_c$

Главный вопрос: происходит ли *восстановление киральности* **внутри** кварконной области.

Кваркионная материя



Кварк-адронная дуальность.

Кварк-адронная дуальность и ; *Ads*/*CFT*

Это один из частных примеров общих принципов КХД. Мы думаем, что

- Описание на языке адронов **дуально** описанию на языке кварков и глюонов. Возможно **и то и другое**
- Адронная теория описывается некоторой ***неизвестной теорией струны***. Пример такой дуальности — точка фазового перехода Хаггедорна — струнная теория описывает такой спектр адронов, который воспроизводит давление глюонов и кварков
- Струнные теории могут быть эквивалентны теории кривом *Ads*-пространстве в другом числе измерений. Поэтому делается смелая гипотеза, что теория поля может быть дуальна теории в кривом пространстве. Существуют примеры (**N=4 SUSY теория Янга-Миллса**), — **AdS/CFT дуальность**.

Кварк-адронная дуальность и *Ads*/*CFT*

Еще более смелая гипотеза

Теория кварков и глюонов КХД, $d = 4$ $\equiv$ Теория свободных частиц в $d = 5$ кривом пр-ве

Ads/QFT correspondence

Пример:

$$\mathcal{L} = \int d^5 z [h(z) F^2_{\mu\nu}[A] + \kappa(z) F^2_{\mu z}[A]]$$

$(h(z) = (1 + z^2) - 1/3,\ \kappa(z) = 1 + z^2)$. A_i - **5-мерный аксиальный мезон**.

5-я компонента - π-**мезон**. Барион — **солитон** этого лагранжиана.

Кварк-адронная дуальность и Ads/CFT

$\sim$ **1000** теоретических работ. Имеются успехи и неудачи. Это mainstream.
И только 1 **(одно)** экспериментальное подтверждение — ***почти нулевая*** вязкость в фазе конфайнмента и вблизи точки фазового перехода. Этот факт невозможно понять....
Что такое вязкость? Уравнения движения жидкости — закон сохранения энергии

$$\frac{\partial T_{\mu\nu}}{\partial x_\nu} = 0$$

T_{00}—энергия, T_{0i}-импульс, $T_{ik} \equiv \Pi_{ik}$—поток импульса. Импульс $p_i = T_{0i} = \rho v_i$. Второй закон Ньютона

$$\rho \frac{dv_i}{dt} = -\int dS\, \mathbf{P} = -\int d^3x\, \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial x_i}$$

так, что

Вязкость

$$\rho\frac{\partial v_i}{\partial t} + v_k\partial_k v_i = -\partial_i P, \quad \Pi_{ik}^{ideal} = -\mathbf{P}\delta_{ik} + \rho v_i v_k$$

P-давление. **Вязкость**—модификация Π_{ik}^{ideal}. Разлагаем по градиентам скорости, если скорость постоянна, вязкости нет, вращение жидкости (т.е. $v_i = \varepsilon_{ikl}\Omega_k x_l$) не дает вязких сил. Общее выражение:

$$\widetilde{\Pi_{ik}} = \Pi_{ik}^{ideal} + \eta\left(\partial_k v_i + \partial_i v_k - \frac{2}{3}\delta_{ik}\partial_l v_l\right) + \xi\delta_{ik}\partial_l v_l$$

η —вязкость,ξ — вторая вязкость

Уравнения реляти вистской гидродинамики В системе покоя $(v_i = 0)$

$$T_{\mu\nu} = \mathrm{diag}(\varepsilon, \mathbf{P}, \mathbf{P}, \mathbf{P}) \qquad T_{\mu\nu} = \mathbf{W} u^\mu u^\nu - \mathbf{P} g_{\mu\nu}$$

Вязкость

$(W = \varepsilon + P$ — энтальпия). УД идеальной жидкости $\boxed{\frac{\partial \mathbf{T}_{\mu\nu}}{\partial_\nu} = \mathbf{0}}$

Вычислить вязкость можно по **формуле Кубо**:

$$\eta = -i\frac{d}{d\omega}\int_0^\infty dt e^{i\omega t}\int d^3x < \mathbf{T}_{\mathbf{xy}}(\vec{x},t)\mathbf{T}_{\mathbf{xy}}(0,0) >$$

$\mathbf{T}_{\mathbf{xy}}$ — компонента тензора энергии-импульса. Вычислить не так-то просто, это **кинетический коэф-т**(разновременной!) и вычисляться должен по **технике Келдыша**!

В гипотезе AdS/QFT можно вычислить отношение вязкости к энтропии

$$\frac{\eta}{s} = \frac{\hbar}{4\pi k_B} \approx 6.08 \cdot 10^{-13} K \cdot s$$

Это **очень мало** => идеальная жидкость. Логика (*черные дыры*) тесно связана с логикой **Хагедорнова перехода**.

У воды в 380 раз больше!

Вязкость

Ложная идея $\eta = 0$ у свободного газа. На самом деле у классического газа: $\eta = \frac{1}{3}\rho v \mathbf{l}$; где **l** — длина свободного пробега. Поэтому в идеальном газе $\eta = \infty$. Можно показать, что всегда $\eta \sim 1/\sigma$, (σ_c — сечение столкновений). В газе вязкость **сильно зависит от температуры**.

AdS/QFT — сильновзаимодействующая теория, причем **максимально сильно**. Можно показать, что это значение $1/4\pi$— **нижний предел** для η/s. Действительно, в газе квазичастиц

$$\eta \sim \varepsilon \tau_c.$$

(ε—плотность энергии), а энтропия nk_B (n — плотность квазичастиц). Тогда

$$\eta \sim \varepsilon \tau_c. \sim \frac{\varepsilon}{\mathbf{n}} \cdot \frac{\tau}{k_B} > \frac{]hbar}{k_B}$$

Вязкость

Кв.Гл.плазма → Сильновз.жидк. → Конфайнмент

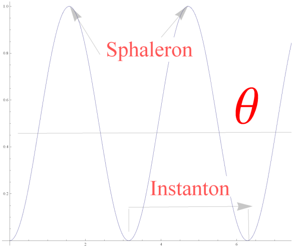
<——————————————————————————— **T**

Есть ли фазовый переход между фазой **жидкости** и **плазмы** мне неясно...

Транспортные и кинетические коэффициенты

Вязкость представляет собой пример одного из многих транспортных/кинетических коэффциентов, характеризующих адронную/кварк-глюонную среду. Это новый **класс** величин, которые не могут быть вычислены на решетке, поскольку не представляются **Мацубаровским функциональным интегралами**. Их изучение представляет собой **новую область**.

Аномальный транспорт. *CME*-эффект



Потенциальная энергия КХД **периодична**. **Переход** из одного минимума в другой — **инстантон** **Вершина барьера (статическая конфигурация)** — **сфалерон** Движение в **периодическом** потенциале характеризуется **квазиимпульсом** Θ. Состояние с ненулевым квазиимпульсом — модификация лагранжиана

$$\mathcal{L}_{QCD} \rightarrow \mathcal{L}_{QCD} + \theta G^{a}_{\mu\nu} \widetilde{G}^{a}_{\mu\nu}$$

CME-эффект

- Если температура сравнима с **массой сфалерона**, то переходы происходят с вероятностью ≈ 1. Во времени и пространстве могут образоваться области с **макроскопически** разным $\theta(\vec{x}, t)$.
- Если в теории есть (безмассовые) **кварки**, то совершая **синглетное** γ_5 преобразование

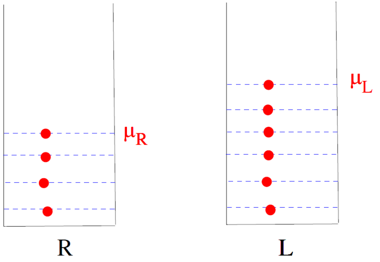
$$\psi \longrightarrow \psi e^{i\theta\gamma_5}$$

в силу Адлеровской аномалии можно убрать из Лагранжиана θ-член, заменив его на:

$$\frac{1}{2N_f}\partial_\mu\theta\bar{\psi}\gamma_\mu\gamma_5\psi$$

Производная $\partial_0\Theta = const \neq 0$ эквивалентна ***химическому киральному потенциалу***: $\boxed{\mu_5 = \frac{\partial_0\theta}{2N_f}}$.

CME-эффект



Ненулевой μ_5 приводит к **избытку** **R-** над **L-** кварками.

- Наложим на систему еще дополнительно **электромагнитное поле**. Утверждается, что появится электромагнитный ток,

$$\vec{J} = \frac{e^2 \mathbf{mu_5}}{2\pi^2} \int d^3x \tilde{\mathbf{B}}$$

- В столкновениях тяжелых ионов **магнитное** поле направлено по орбитальному моменту, т.е. **перпендикулярно** плоскости реакции.

CME-эффект

- Ток приводит к ***разделению заряда*** над и под плоскостью реакции.

Осталось **доказать** формулу.

- Можно прямо решить **уравнение Дирака** в постоянном магнитном поле при наличии постоянного **кирального хим.потенциала** и получить ее
- А можно применить следующее **“энергетическое”** рассуждение: представим систему, на которую наложено и магнитное $\vec{B}$ и **бесконечно малое электрическое поле** $\vec{E}$, направленное по магнитному. В силу ***электромагнитной*** Адлеровской аномалии рождаются киральные пары,

$$\frac{d^4\mathbf{N_5}}{dtd^3x} = \frac{e^2}{2\pi^2}\tilde{\mathbf{E}}$$

CME-эффект

Это, однако, стоит **энергии** $(\mu_R - \mu_L)dN_5 = 2\mu_5 dN_5$. Эту энергию можно взять из **энергии тока в электрическом поле**. Значит

$$\int d^3x \vec{J} \cdot \vec{E} = \mu_5 \frac{dN_5}{dt} = \frac{e^2 \mu_5}{2\pi^2} \int d^3x \vec{E} \cdot \vec{B}$$

Значит ток

$$\vec{J} = \frac{e^2 \mu_5}{2\pi^2} \int d^3x \vec{B}$$

В ограниченном объеме, ток становится **квантованным** благодаря уровням Ландау....

Chiral magnetic effect существует благодаря 2м Адлеровским аномалиям — в КХД и в КЭД

Conclusions

После 20 лет исследования теории возмущений (**жесткие процессы**) эксперимент впервые стал отвечать на **настоящие** вопросы в КХД.

К сожалению, состояние теории в *непертурбативной КХД* не слишком хорошо. Тем ценнее **экспериментальные данные!**